

Juan José Murillo Fuentes

PROBLEMAS DE RADIOCOMUNICACIÓN



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Secretariado de Publicaciones

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Problemas de Radiocomunicación

Problemas de Radiocomunicación

Juan José Murillo Fuentes

Teoría de la Señal y Comunicaciones
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

© 2013. Juan José Murillo Fuentes

© Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Camino de los Descubrimientos sn
41092 Sevilla
www.etsi.us.es
Sevilla, 2013

Impreso en España - Printed in Spain
Registro de la propiedad intelectual
ISBN

201299900358652

No está permitida la distribución de este texto, ni el código asociado, a terceras personas, por cualquier medio. El uso de este texto y el código asociado está restringido al Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla, así como a los proyectos final de carrera, máster, tesis y documentos similares que se defiendan en la misma.

Diseño de cubierta: Fernando García García.
Imagen central de cubierta: Postal de Maxwell a Tait.
Diseño de maquetación (L^AT_EX): Javier Payán Somet © 2012.

A M^a Paz, por hacerme ver que hay cosas más importantes que escribir este libro

A M^a Paz, por sus besos

A M^a Luisa, por su sonrisa

A Juan, por no dejarme escribir

Agradecimientos

En la escritura de un texto como este intervienen diversos elementos, que además determinan la calidad del mismo. Estos elementos son en gran medida externos al propio autor, y por los que el autor está inmensamente agradecido.

Así, por el conjunto de conocimientos necesarios para abordar esta tarea, adquiridos en todas las etapas de mi formación, estoy en deuda con mis profesores y con los centros donde estudié.

Por las consultas resueltas, discusiones e ideas compartidas en torno a esta temática estoy agradecido a mis compañeros, los profesores M^a José Madero, Carlos Crespo, Luis J. Reina, Auxiliadora Sarmiento e Iván Durán. Además, las profesoras Madero y Sarmiento participaron activamente en este texto con correcciones a algunos de los problemas contenidos. Finalmente, agradezco sinceramente al prof. Miguel Pérez, de la Universidad Politécnica de Madrid, sus enseñanzas y discusiones sobre OFDMA y CDMA, que dieron lugar a varios problemas aquí incluidos.

El formato de este libro fue generado con la plantilla \LaTeX , que el profesor Payán Somet viene desarrollando y perfeccionando durante los últimos años. Le agradezco enormemente, además de su generosidad por compartir su trabajo, su paciencia a la hora de contestar mis dudas sobre el mismo. También, le estoy agradecido por revisar este texto.

Finalmente, agradezco a mis alumnos el interés que han mostrado por estos temas, y su apoyo para abordar esta tarea. En particular, doy gracias a los alumnos Ignacio Pertíñez y María Vicente por sus correcciones a algunos de estos problemas.

Sevilla, 2013

Prefacio

El diseño de sistemas de radiocomunicación implica conocer de forma profunda cada una de las partes o canales del sistema de comunicación así como el funcionamiento del sistema completo en determinadas aplicaciones como radioenlaces del servicio fijo, comunicaciones móviles y comunicaciones por satélite. En este texto el lector encontrará problemas que versan -entre otros aspectos- sobre el análisis de antenas, aspectos de ruido e intermodulación en receptores y transmisores de radiocomunicaciones, cálculo de pérdidas de propagación, diseño de radioenlaces del servicio fijo, de sistemas de comunicaciones móviles privados y públicos, y de sistemas de comunicaciones por satélite. En estos problemas se ha tratado tanto de proponer ejemplos pedagógicos como situaciones reales, donde los niveles y unidades de las magnitudes involucradas se correspondan con la práctica.

El libro se ha organizado por capítulos según los temas tratados. Al comienzo de cada capítulo encontrará, además de una breve introducción a la teoría utilizada, una descripción de los problemas incluidos, de forma que el lector pueda hacer una selección de los mismos según su interés. Al comienzo del libro se incluye también la notación. Ésta es algo compleja, por ser muy amplia y por reutilizarse en alguna ocasión según el contexto. Finalmente, puede encontrar en el Apéndice un resumen sobre la definiciones de decibelios y un glosario con acrónimos utilizados.

Debido a la gran cantidad de datos que se manejan en los problemas, y a que no pocas veces se han modificado estos datos en sucesivas versiones, de seguro aparecerán erratas. Pido disculpas de antemano por ellas y, en la medida de lo posible, intentaré detallarlas en mi página web conforme vayan apareciendo.

El presente texto es una recopilación de los problemas propuestos por el autor, junto con sus soluciones, en la fase de evaluación de la asignatura Radiación y Radiocomunicación de 4º de Ingeniería de Telecomunicación en la Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la Universidad de Sevilla.

Sevilla, 2013

Notación

Matemática

\vec{U}	Vector U
U	Amplitud del vector U
U^*	Conjugado de U
$\langle U \rangle$	Promedio de U
$\text{Re}[U]$	Parte real de U
$\text{Im}[U]$	Parte imaginaria de U
$ U $	Módulo de U, $ U = \sqrt{\text{Re}[U]^2 + \text{Im}[U]^2}$
\hat{u}	Vector de norma unidad
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	Vectores de ejes cartesianos
U_x, U_y, U_z	Componentes cartesianas de \vec{U}
$\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{\theta}$	Vectores de ejes polares
U_r, U_ϕ, U_θ	Componentes polares de \vec{U}
x°	Grados, x grados
$\stackrel{\text{def}}{=}$	Igual por definición
$\ \mathbf{x}\ $	Norma-2 del vector \mathbf{x}
Δ	Incremento

Común

$u.n.$	Unidades naturales
f	Frecuencia
λ	Longitud de onda ó latitud de la estación terrena, según contexto
d	Directividad de la antena, en u.n., ó distancia, según contexto
B	Ancho de banda, por defecto paso de banda
α	Factor de caída, <i>roll-off</i> , de un pulso raíz de coseno alzado
P	Potencia, en decibelios
p	Potencia, en u.n.
h_t, h_r	Alturas de antenas transmisora y receptora, respectivamente, en metros

g	Ganancia directiva máxima de antena ó ganancia de un bloque o cuadripolo, en u.n., según contexto
G_t, G_r	Máxima ganancia directiva de la antena transmisora y receptora, respectivamente, en dB ó dBi
L	Pérdida de potencia de un medio, bloque ó cuadripolo
P_{et}	Potencia entregada al circuito de acoplo que conecta equipo transmisor y antena
L_{tt}	Pérdidas del circuito de acoplo que conecta equipo transmisor y antena
P'_t	Potencia entregada a la antena, $P'_t = P_{et} - L_{tt}$
$PIRE$	Potencia isotrópica radiada aparente, $PIRE = P_{et} - L_{tt} + G_t$
P'_r	Potencia recibida en conector de la antena receptora
L_{tr}	Pérdidas del circuito de acoplo entre antena receptora y equipo receptor
P_{dr}	Potencia recibida a la entrada del equipo receptor, $P_{dr} = P'_r - L_{tr}$
C	Potencia de portadora en decibelios
T_h ó S	Potencia mínima necesaria en recepción o sensibilidad, en decibelios
T_{hx}	Potencia mínima necesaria en recepción o sensibilidad, en decibelios, para una BER de 10^{-x}
N	Potencia de ruido en dB
N_i, N_o	Potencia de ruido en dB a la entrada o salida, respectivamente
n	Potencia de ruido en u.n.
e_b	Energía de bit, en u.n.
n_0	Densidad espectral de potencia de ruido (blanco), en u.n.; $n = Bn_0$
w	Relación señal a ruido normalizada, en u.n.; $w = e_b/n_0$
W	Relación señal a ruido normalizada, en dB
SNR	Relación señal a ruido, en dB
C/N	Relación potencia de portadora recibida a potencia de ruido, en dB
C/I	Relación potencia de portadora recibida a potencia de interferencia, en dB
L_b	Pérdidas básicas de propagación, en dB
l_b	Pérdidas básicas de propagación, en u.n.
L_{bf}	Pérdidas básicas de propagación en espacio libre, en dB
R_b	Régimen binario, en bps (bits por segundo), kbps (kilo-bps) ó Mbps (Mega-bps)
R_s	Régimen de símbolos
T_b	Tiempo de bit
T_s	Tiempo de símbolo ó temperatura de ruido del sistema, según contexto
M	Número de niveles de la modulación, $T_s = T_b \log_2 M$, ó margen, en dB, según contexto
A_o	Tráfico ofertado por el sistema en una celda
A_d	Tráfico demandado por los usuarios de una celda
L_{ll}	Intentos de llamada en la peor hora (hora cargada)
H_{ll}	Duración media de la llamada
N_c	Canales (de usuario) disponibles para cursar tráfico
M_c	Número de móviles en una celda

η	Impedancia característica del medio ó eficiencia de una antena parabólica ó factor de actividad de multitrayecto, según contexto
Sistemas Radiantes	
U_o	Valor de U en vacío
\vec{A}	Potencial vector generado por una antena
\vec{A}_d	Potencial vector generado por un elemento diferencial
\vec{N}	Vector de radiación
\vec{E}	Vector campo eléctrico
E_o	Campo eléctrico (amplitud del) en espacio libre
$\langle \vec{S} \rangle$	Vector de Poynting promedio
\vec{S}	Vector superficie
$I(z)$	Intensidad de corriente en el punto z
$\vec{J}(z)$	Flujo de corriente en el punto z
$V(z)$	Tensión en el punto z
V	Tensión o volumen, según contexto
μ	Permeabilidad magnética del medio
$u(\theta, \varphi)$	Intensidad de radiación, en u.n.
$g(\theta, \varphi)$	Ganancia directiva de antena, en u.n.
D	Directividad de la antena en decibelios ó diámetro de una antena parabólica, según contexto
R_a	Resistencia de radiación
k	Número de onda angular, $k = 2\pi/\lambda$
Ruido y Distorsión	
SIR	Relación entre potencia de señal y potencia de intermodulación, en dB
$SINR$	Relación entre potencia de señal y la suma de potencia de ruido más potencia de intermodulación, en dB
T_a	Temperatura equivalente de ruido para la antena, en grados Kelvin (K)
T_r	Temperatura equivalente de ruido para el receptor, desde antena hasta el demodulador, no incluidos, en grados Kelvin
T_s	Temperatura equivalente de ruido para el sistema, formado por antena más receptor, en grados Kelvin, $T_s = T_a + T_r$, ó tiempo de símbolo, según contexto
T_0	Temperatura ambiente, 290 K
f_a	Figura o factor equivalente de ruido para la antena en u.n.; $f_a = T_a/T_0$
f_r	Figura o factor equivalente de ruido para el receptor, desde salida de antena hasta la entrada al demodulador, no incluidos, en u.n.; $f_r = T_r/T_0 + 1$
f_s	Figura o factor equivalente de ruido para el sistema, formado por antena más receptor, en u.n.; $f_s = f_a + f_r - 1$
F_a	Figura o factor equivalente de ruido para la antena, en dB
F_r	Figura o factor equivalente de ruido para el receptor, desde salida de antena hasta la entrada al demodulador, no incluidos, en dB

F_s	Figura o factor equivalente de ruido para el sistema, formado por antena más receptor, en dB
IP_3	Punto de intercepto de tercer orden a la salida, en dB; podrá denotarse también por IP_3^o
ip_3	Punto de intercepto de tercer orden a la salida, en u.n.; podrá denotarse también por ip_3^o
I_3	Potencia de intermodulación de tercer orden a la salida, en dB; podrá denotarse también por I_3^o
i_3	Potencia de intermodulación de tercer orden a la salida, en u.n.; podrá denotarse también por i_3^o

Servicio Fijo (terrenal)

U	Indisponibilidad (interrupciones largas) total
U_P	Indisponibilidad por propagación (lluvia)
U_E	Indisponibilidad por avería de equipos
P_{TT}	Pérdida de fidelidad (interrupciones cortas) total
P_{TP}	Pérdida de fidelidad por desvanecimiento plano
P_{TS}	Pérdida de fidelidad por desvanecimiento selectivo
$MTBF$	Tiempo medio entre fallos
$MTTR$	Tiempo medio en reparar
M_e	Margen neto
M_x	Margen bruto (diferencia entre potencia recibida y necesaria) para una BER de 10^{-x}
k_r	Signatura normalizada
P_0	Factor de aparición de desvanecimiento multitrayecto
A_p	Atenuación excedida en el p % del tiempo debido a lluvia
τ_m	Retardo promedio del segundo rayo respecto al primero en un modelo de canal de dos rayos
b	Módulo del segundo rayo en un modelo de canal de dos rayos, normalmente con el módulo del primer rayo normalizado a módulo unidad

Comunicaciones por Satélite

G/T	Relación ganancia de antena receptora G_r a temperatura de ruido del sistema T_s o también factor de calidad; $G/T = G_r - 10 \log(T_s)$
r	Radio de la Tierra
D_s	Distancia entre satélite geoestacionario y el centro de la tierra ($D_s = r + h = 42200$ km), según contexto
ρ_0	Longitud de la estación terrena, positiva hacia el este
ρ_1	Longitud del satélite (geoestacionario), positiva hacia el este
ρ	Diferencia entre la longitud de la estación terrena y la longitud del satélite; $\rho = \rho_0 - \rho_1$
T_{tr}	Tiempo de trama

	Sistemas Celulares
p_c	Probabilidad de congestión o grado de servicio (GOS), generalmente en %
J	Patrón de reutilización o número de celdas por agrupación (racimo)
Q	Índice de reutilización o número total de agrupaciones
S_c	Superficie de celda
R_c	Radio de celda
D_c	Distancia de reutilización
S_t	Superficie total cubierta
R_p	Relación de protección frente a interferencias (C/I mínima permitida)
n, k	Exponente y constante de pérdidas, $l_b = kd^n$
ρ_m	Usuarios móviles por unidad de superficie (densidad de usuarios móviles)
ρ_a	Tráfico demandado por unidad de superficie (densidad de tráfico)
M_c	Número de móviles en una celda
Δf	Ancho de banda de un canal (canalización)
$\Delta_r E$	Corrección (incremento necesario) de campo por ruido y multitrayecto
$\Delta_e E, \Delta_e C$	Corrección (incremento necesario) de campo o potencia, respectivamente, por tanto por ciento de emplazamientos y/o del tiempo
C_c	Número de canales disponibles en un sistema celular

Nota: cuando sea posible, y no de lugar a confusión, se utilizará minúscula para unidades naturales y mayúsculas para decibelios.

Índice

<i>Prefacio</i>	V
<i>Notación</i>	VII
1 Introducción	1
1.1 Potencia radiada por una antena	2
1.1.1 Ganancia directiva y ganancia de potencia	3
1.1.2 PIRE	4
1.2 Friis en espacio libre	4
1.2.1 Campo en un punto, en espacio libre	4
1.2.2 Potencia recibida en función del campo recibido	5
1.2.3 Fórmula de Friis en espacio libre	5
1.3 Friis en cualquier medio	6
1.3.1 Campo en un punto en cualquier medio	6
1.3.2 Fórmula de Friis en otro medio cualquiera	6
2 Sistemas radiantes	9
2.1 Introducción	9
P. 2.1 Dipolo ideal	10
P. 2.2 Antena lineal larga adaptada	13
P. 2.3 Dipolos en cruz	17
P. 2.4 Antena colineal	19
P. 2.5 Dipolo con reflector	23
P. 2.6 Antena WiFi	26
P. 2.7 Antena y propagación en AM	30
3 Ruido e Intermodulación	35
3.1 Introducción	35
3.2 Ruido y sensibilidad	36
3.2.1 Temperatura y figura de ruido	36
3.2.2 Sensibilidad	37

3.3	No linealidad	37
P. 3.1	Ruido e intermodulación en receptor superheterodino	38
P. 3.2	Ruido y rendimiento de antena	40
P. 3.3	Sistema Digital	42
P. 3.4	DAB	45
P. 3.5	Ruido y filtrado en FI	49
P. 3.6	Intermodulación en un walkie-talkie	51
P. 3.7	SNR y SINR en receptor FM	54
P. 3.8	Ruido en señal recibida desde un transmisor	56
P. 3.9	Ruido e intermodulación en receptor con conmutador	59
P. 3.10	Cobertura y ruido	62
P. 3.11	Transceptor a 433 MHz	65
4	Servicio fijo terrenal	71
4.1	Introducción	71
4.1.1	Equipos	72
4.1.2	Lluvia	72
4.1.3	Desvanecimiento multitrayecto	72
P. 4.1	Transmisión en un radioenlace del servicio fijo	73
P. 4.2	Calidad en un Radioenlace del Servicio Fijo	75
P. 4.3	Interrupciones en un radioenlace a 8 GHz	79
P. 4.4	Radioenlace con difracción	81
P. 4.5	Interrupciones en un radioenlace a 13 GHz	85
P. 4.6	Radioenlace del servicio fijo a 13 GHz	88
P. 4.7	Radioenlace a 60 GHz	91
P. 4.8	Repetidor activo no regenerativo	94
5	Comunicaciones por satélite	99
5.1	Apuntamiento de antena a un satélite geoestacionario	99
5.2	Balance de enlaces	100
5.3	Acceso múltiple	100
P. 5.1	Balance de enlace descendente en un satélite de Astra	100
P. 5.2	Viabilidad del sistema Thuraya	103
P. 5.3	Balance de enlace completo en satélites transparentes	106
P. 5.4	Satélite GEO y TDMA	109
P. 5.5	Satélite GEO como repetidor de canales vocales	111
6	Sistemas Celulares	115
6.1	Introducción	115
6.2	Cálculos de cobertura y dimensionamiento	116
6.2.1	C/N	116
6.2.2	C/I	116
6.2.3	Probabilidad de congestión	117
P. 6.1	Pérdidas y dimensionamiento en un sistema celular GSM 900	118

P. 6.2	Planificación sistema celular DCS-1800	121
P. 6.3	Sistema celular GSM con sectorización, una mejor aproximación	124
P. 6.4	Planificación GSM	127
P. 6.5	Sistema celular GSM con patrón de reutilización 3	131
P. 6.6	Sistema GSM-R	136
P. 6.7	Sistema GSM-R sectorizado	138
P. 6.8	Cobertura GSM con capas, celdas omnidireccionales	140
P. 6.9	Cobertura GSM con capas	143
P. 6.10	Planificación Radio	146
P. 6.11	Sistema PAMR TETRA	149
P. 6.12	Cobertura WiFi	153
P. 6.13	Dimensionamiento de tráfico de voz y datos	155
P. 6.14	Sistema OFDMA	157
P. 6.15	CDMA en UMTS	159
Apéndice A El concepto de dB		163
A.1	Cambio de unidades	164
A.2	Unidades de potencia y campo	165
<i>Bibliografía</i>		167
<i>Glosario</i>		169

1 Introducción

No es objetivo de este texto introducir conceptos teóricos, pero es imperativo que el lector tenga conocimientos tanto de la teoría que se ha empleado en la resolución de los problemas como de la notación utilizada. Las áreas que se tratan en este texto son muy amplias, de ahí que sea complicado encontrar en un solo texto toda esta información. El libro [6],

- José María Hernando Rábanos, Transmisión por radio, 6ª ed., Ed. Ramón Areces, 2008,

es una muy buena referencia que cubre estos objetivos. Si bien la parte que se dedica a sistemas radiantes (antenas) y a ruido e intermodulación no es suficientemente completa. Para esta parte, se ha hecho el esfuerzo de aglutinar en un texto una descripción más amplia [9],

- Juan José Murillo Fuentes, Fundamentos de radiación y radiocomunicación, 1ª ed., Ed. ETSI. Universidad de Sevilla, 2007.

El lector podrá encontrar en estas dos referencias toda la información necesaria para entender las soluciones propuestas a los problemas de este libro. No obstante, se ha incluido un breve resumen al comienzo de cada capítulo, para recordar los aspectos más relevantes de cara a resolver los problemas que contienen.

En cuanto a la notación, incluida al comienzo de este texto, se ha utilizado la de estas referencias, sobre todo la seguida en [6]. Para las definiciones de decibelios, puede consultar el Apéndice A.

Otra bibliografía que pudiera ser consultada es la siguiente. El libro [4] es una referencia equivalente a [6], pero está algo obsoleta. Sin embargo, [3] es una referencia muy completa y actualizada, en la línea de estos textos. Y en el “Reglamento de radiocomunicaciones” [1] de la unión internacional de telecomunicaciones -*international telecommunication union*- (ITU)¹ se pueden encontrar documentos sobre todos los capítulos incluidos. Para

¹ Aunque el nombre en español es unión internacional de telecomunicaciones, se utilizarán las siglas ITU que se derivan de su nombre en inglés

capítulos concretos, el libro [2] es una referencia muy completa para el estudio de antenas, incluyendo incluso más materias de las necesarias. El texto [7] es una referencia obligada en antenas. En general se adapta al nivel de conocimientos necesarios para abordar los problemas propuestos. En el apartado de ruido e intermodulación, el libro [12] contiene una buena descripción de la teoría y ejemplos. Por último, para el capítulo de radioenlaces del servicio fijo, el libro [8] contiene información detallada sobre este tipo de sistemas. En comunicaciones móviles, podemos destacar [13], [10] y [11].

A continuación, se introducen algunas expresiones básicas en radiación, que derivan en la fórmula de Friis, usada de forma recurrente en este texto. Estas expresiones son la base de la radiocomunicación, que tiene como objetivo último hacer que la potencia recibida, o el campo en las inmediaciones de la antena receptora, esté por encima del valor deseado. Se aprovecha la descripción de estas expresiones para relacionar las magnitudes representadas en la Figura 1.1, haciendo hincapié en el uso de decibelios y en la notación más relevante. En la Figura 1.1 la notación es la misma que la utilizada en [6], salvo por el intercambio de G y D , que aquí se usan para denotar la ganancia y la ganancia directiva de las antenas, respectivamente. Al comienzo del libro encontrará una lista completa.

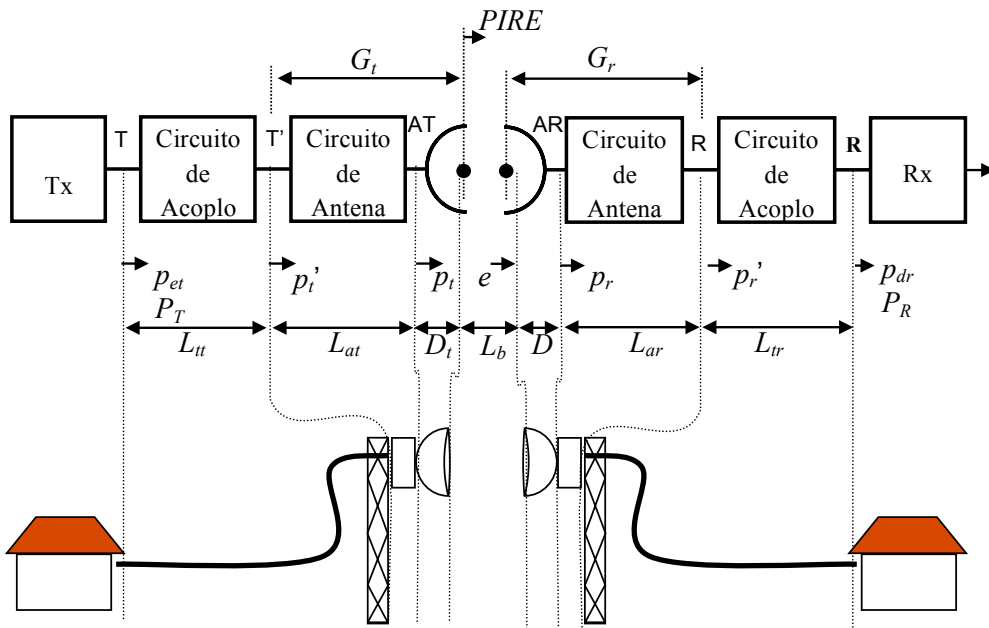


Figura 1.1 Esquema de sistema de radiocomunicación y la notación utilizada.

1.1 Potencia radiada por una antena

1.1.1 Ganancia directiva y ganancia de potencia

Ganancia directiva

La ganancia directiva de una antena se define como la relación entre el máximo del vector de Poynting promedio (ó intensidad de radiación) puesto en el aire y el vector de Poynting de la antena isótropa, cuando a ambas se le entrega la misma potencia:

$$G(\text{dBi ó dB}) = 10 \log \left(\frac{\max_{\theta, \phi} \langle S \rangle}{\langle S \rangle_{iso}} \right) = 10 \log(g/g_{iso}) = \{g_{iso} = 1\} = 10 \log(g). \quad (1.1)$$

Se ha escrito la expresión anterior de forma que se observe bien por qué a veces la ganancia de la antena se expresa en dBi, denotando ganancia respecto a la antena isótropa. Pero en ningún caso la “i” denota magnitud alguna.

Ganancia de potencia

Referidas a la Figura 1.1, la ganancia de potencia G_t , ó G_r , en dB ó dBi, se puede expresar en función de la ganancia directiva D_t , ó D_r , en las mismas unidades, como

$$G_t = D_t - L_{at} \quad (1.2)$$

$$G_r = D_r - L_{ar}, \quad (1.3)$$

$$L_{at} = -10 \log \eta_t \quad (1.4)$$

$$L_{ar} = -10 \log \eta_r \quad (1.5)$$

son las pérdidas por disipación, desadaptación u otro tipo en la antena y

$$\eta_t = p_t / p'_t \quad (1.6)$$

$$\eta_r = p_r / p'_r. \quad (1.7)$$

Es habitual utilizar el término “ganancia” para referirse a la ganancia de potencia. Pero en muchas ocasiones las pérdidas son muy pequeñas y ganancia de potencia y ganancia directiva son aproximadamente iguales, entendiéndose por “ganancia” cualquiera de las dos.

Ganancia de antena en dBd

El valor de la ganancia se puede expresar también en relación a otras antenas de referencia. Para relacionarlo con el valor anterior, basta restar el valor de la ganancia de la antena de referencia respecto a la antena isótropa. Veamos el caso en el que la antena de referencia es la antena dipolo $\lambda/2$:

$$G(\text{dBi}) = G(\text{dBd}) + G_{dip\lambda/2}(\text{dBi}) \quad (1.8)$$

$$G(\text{dBd}) = G(\text{dBi}) - G_{dip\lambda/2}(\text{dBi}) = G(\text{dBi}) - 2.15, \quad (1.9)$$

donde dBd indica dB respecto a la antena dipolo $\lambda/2$.

1.1.2 PIRE

La potencia radiada por una antena es el producto de la potencia que se le suministra y su ganancia. Si la ganancia de la antena se define como la ganancia respecto a una antena ideal isotrópica, entonces este producto se denomina potencia isotrópica radiada equivalente -*equivalent isotropically radiated power* o también *effective isotropically radiated power* (EIRP)- (PIRE):

$$pire = p_t \cdot d_t \quad (1.10)$$

$$PIRE = P_t + D_t(\text{dBi}). \quad (1.11)$$

Como la potencia que se suministra a la antena es la potencia entregada por el transmisor, P_{et} , menos las pérdidas de la sección de alimentación o circuito de acoplo, L_{tt} , queda

$$PIRE = P'_t + G_t = P_{et} - L_{tt} + G_t. \quad (1.12)$$

Se recuerda aquí que

$$PIRE = P'_t(\text{dBm}) + G_t(\text{dB}) = P'_t(\text{dBm}) + G_t(\text{dBd}) + G_{dip}(\text{dB}) = PRA + G_{dip}(\text{dB}), \quad (1.13)$$

donde $G_t(\text{dB})$ es la ganancia respecto de una antena isotrópica, G_{dip} es la ganancia de un dipolo $\lambda/2$, 2.15 dB, $G_t(\text{dBd})$ es la ganancia de la antena transmisora respecto a la ganancia de un dipolo en $\lambda/2$ y finalmente tenemos la potencia radiada aparente -*effective radiated power* (ERP)- (PRA).

1.2 Friis en espacio libre

1.2.1 Campo en un punto, en espacio libre

La densidad de flujo de potencia en un punto dado [6], producida por la radiación de una potencia p'_t con una antena de ganancia g_t viene dada por

$$\langle S \rangle = \frac{e^2}{120\pi} = \frac{p'_t g_t}{4\pi d^2} = \frac{pire}{4\pi d^2}. \quad (1.14)$$

De esta igualdad se despeja el campo

$$\frac{e^2}{120\pi} = \frac{p'_t g_t}{4\pi d^2}, \quad (1.15)$$

$$e = \sqrt{\frac{30 p'_t g_t}{d^2}} = \sqrt{\frac{30 pire}{d^2}}. \quad (1.16)$$

En dB μ V/m queda, [6],

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 74.7 + PIRE(\text{dBW}) - 20 \log d(\text{km}), \quad (1.17)$$

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 104.8 + PIRE(\text{dBk}) - 20 \log d(\text{km}), \quad (1.18)$$

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 106.2 + PRA(\text{dBk}) - 20 \log d(\text{km}). \quad (1.19)$$

1.2.2 Potencia recibida en función del campo recibido

La potencia recibida por una antena de ganancia isótropa g_r en ese punto viene dada por, [6],

$$p'_r = \langle S \rangle \cdot S_{eq}, \quad (1.20)$$

sustituyendo el valor de $\langle S \rangle$ en (1.14) y dado que $S_{eq} = \lambda^2 / 4\pi \cdot g_r$, queda

$$p'_r = \frac{e^2}{120\pi} S_{eq} = \frac{e^2}{120\pi} \frac{\lambda^2}{4\pi} g_r. \quad (1.21)$$

En dBW,

$$P'_r(\text{dBW}) = E(\text{dB}\mu\text{V/m}) - 20 \log f(\text{MHz}) - 107.2 + G_r \quad (1.22)$$

ó en dBm, [6],

$$P'_r(\text{dBm}) = E(\text{dB}\mu\text{V/m}) - 20 \log f(\text{MHz}) - 77.2 + G_r. \quad (1.23)$$

1.2.3 Fórmula de Friis en espacio libre

La fórmula de Friis en espacio libre, [6], viene de unir los resultados anteriores, (1.14) en (1.20),

$$p'_r = \langle S \rangle S_{eq} = \frac{p'_t g_t}{4\pi d^2} S_{eq} = \frac{p'_t g_t}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} g_r = p'_t g_t \frac{1}{\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2} g_r = p'_t g_t \frac{1}{l_{bf}} g_r, \quad (1.24)$$

donde

$$l_{bf} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2 \quad (1.25)$$

$$L_{bf} = 92.45 + 20 \log f(\text{GHz}) + 20 \log d(\text{km}). \quad (1.26)$$

En dB queda

$$P'_r(\text{dBm}) = P'_t(\text{dBm}) + G_t - L_{bf} + G_r. \quad (1.27)$$

Si se incluyen (ver Figura 1.1) las pérdidas en circuitos de acoplo o alimentación L_{tt} y L_{tr} y de rendimiento de antenas L_{at} y L_{ar} , y si p_{et} es la “potencia entregada” al alimentador de la antena transmisora y p_{dr} es la “potencia disponible” a la entrada del receptor entregada

por el alimentador de la antena receptora, la ecuación de Friis se reformula como

$$P_{dr}(\text{dBm}) = P_{et}(\text{dBm}) - L_{tt} - L_{at} + D_t - L_{bf} + D_r - L_{tr} - L_{ar} = \quad (1.28)$$

$$= P_{et}(\text{dBm}) - L_{tt} - G_t - L_{bf} + G_r - L_{tr}. \quad (1.29)$$

1.3 Friis en cualquier medio

1.3.1 Campo en un punto en cualquier medio

Sustituyendo la ecuación de Friis, en (1.27), en la ecuación (1.22), se llega a relacionar el campo en las inmediaciones de la antena receptora con la potencia transmitida,

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = P'_t(\text{dBW}) + G_t - L_b + 20 \log f(\text{MHz}) + 107.2 \quad (1.30)$$

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = PIRE - L_b + 20 \log f(\text{MHz}) + 107 \quad (1.31)$$

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = PRA - L_b + 20 \log f(\text{MHz}) + 109.4. \quad (1.32)$$

Campo resultante ante un incremento de potencia

En algunos sistemas se trabaja con campo recibido, en vez de potencia recibida. Aunque es más o menos inmediato, en variadas ocasiones hay que preguntarse qué pasa con el campo recibido ante un incremento de potencia transmitida. Dadas una potencia de transmisión P_{t1} y el campo en un punto creado por esta potencia E_1 , si aumento la potencia a P_{t2} , de (1.18),

$$E_1(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 104.8 + PIRE_{t1}(\text{dBk}) - 20 \log d(\text{km}) \quad (1.33)$$

$$E_2(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 104.8 + PIRE_{t2}(\text{dBk}) - 20 \log d(\text{km}). \quad (1.34)$$

De donde

$$E_2(\text{dB}\mu\text{V/m}) - E_1(\text{dB}\mu\text{V/m}) = PIRE_{t2}(\text{dBk}) - PIRE_{t1}(\text{dBk}). \quad (1.35)$$

Y si, por ejemplo, $PIRE_{t1}(\text{dBk}) = 0$,

$$E_2(\text{dB}\mu\text{V/m}) - E_1(\text{dB}\mu\text{V/m}) = PIRE_{t2}(\text{dBk}). \quad (1.36)$$

1.3.2 Fórmula de Friis en otro medio cualquiera

Las pérdidas, en u.n., se definen en general como $l_b = p_1/p_2$. Para cualquier medio, y haciendo uso de (1.35), se define la atenuación de campo respecto al espacio libre $a_e = (e_o/e)^2$,

$$L_e = 20 \log \frac{E_o}{E} = E_o(\text{dB}\mu\text{V/m}) - E(\text{dB}\mu\text{V/m}). \quad (1.37)$$

Retomando la definición de potencia recibida (1.21),

$$P'_r = \frac{e^2}{120\pi} S_{eq} = \frac{e^2}{e_o^2} \frac{e_o^2}{120\pi} S_{eq} = \frac{1}{l_e} \frac{e_o^2}{120\pi} S_{eq}. \quad (1.38)$$

Introduciendo la definición de S_{eq} , queda

$$p'_r = \frac{1}{l_e} \frac{p'_t g_t}{l_{bf}} g_r. \quad (1.39)$$

Comparando (1.39) con la misma fórmula en el caso de espacio libre (1.24) se deduce que $l_b = l_{bf} \cdot l_e$. Finalmente,

$$\begin{aligned} P_{dr}(\text{dBm}) &= P_{et}(\text{dBm}) - L_{tt} - L_{at} + D_t - L_b + D_r - L_{ar} - L_{tr} \\ &= P_{et}(\text{dBm}) - L_{tt} + G_t - L_b + G_r - L_{tr}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

2 Sistemas radiantes

2.1 Introducción

En los primeros problemas planteados en este capítulo se realiza el cálculo de los parámetros de una antena, Problema P. 2.1 y Problema P. 2.2; por simplicidad para antenas lineales rectas. El objetivo principal de estos problemas es doble. Por un lado enfatizar que el valor de la intensidad de corriente a lo largo del conductor determina la forma en la que antena radia. Por otro, mostrar cómo a partir de este conocimiento se pueden derivar todos los parámetros de la antena. Los parámetros de una antena dependen de las características de la misma, de su forma y de la intensidad que la recorra. Para calcularlos se puede proceder de la siguiente forma:

- a) Calcúlese el potencial vector
- b) Calcúlese el campo eléctrico y el magnético en campos lejanos
- c) Calcúlese el vector de Poynting
- d) Calcúlense los parámetros de la antena:
 - 1 Calcúlese la potencia radiada y la resistencia de radiación
 - 2 Calcúlese la directividad y la ganancia

Otros parámetros a calcular serían el ancho de haz o la respuesta en frecuencia. De entre todos estos parámetros, el de mayor importancia es la ganancia de la misma.

En el Problema P. 2.3 y el Problema P. 2.4 se propone calcular una antena que puede ser descompuesta en un conjunto de antenas, donde en el Problema P. 2.4 se trabaja con el principio de multiplicación de antenas. El Problema P. 2.5 incluye un ejemplo de cálculo en el que hay planos conductores (reflectores).

Se termina con un par de problemas en los que se estudia el valor de campo o potencia recibido desde una antena, incluyendo la propagación en condiciones distintas a la de espacio libre. En el primero de ellos, Problema P. 2.6, se utiliza un modelo de propagación de tierra plana y en el segundo, Problema P. 2.7, se emplea una figura para describir las pérdidas en onda se superficie. Más adelante, en siguientes capítulos, puede consultar

problemas con otros cálculos de pérdidas, como por ejemplo siguiendo la recomendación ITU.R-P.154, en el Problema P. 3.10, el modelo de Okumura-Hata, Problema P. 6.1, en los que se tenga en cuenta la difracción, Problema P. 4.4, ó a frecuencias muy elevadas Problema P. 4.7. El primer apartado del Problema P. 4.8 también es de interés para profundizar en el estudio de la propagación.

A continuación se incluye una breve introducción teórica, incluyendo la notación más importante, que también se incluye al comienzo de este texto. En [6, 9], puede encontrar información detallada.

P. 2.1 Dipolo ideal

Para la antena dipolo de longitud total $\lambda/2$ y distribución de corriente ideal constante e igual a I en la Figura 2.1, cuya potencia de radiación es $84.54 \cdot I^2$, calcule, para campos lejanos,

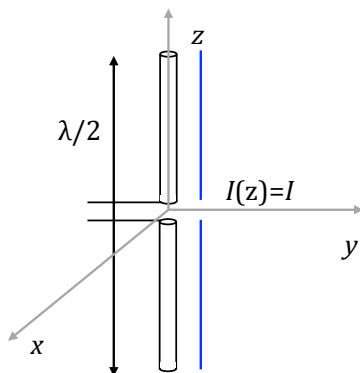


Figura 2.1 Esquema de antena constituida por un dipolo $\lambda/2$ e intensidad ideal constante.

- La resistencia de radiación. Puede ser necesario recurrir a métodos numéricos para resolver integrales.
- La expresión de la ganancia directiva en función de las coordenadas esféricas θ, ϕ .
- Represente la ganancia directiva y calcule el valor de la directividad.

Solución.

- Para calcular la resistencia de radiación nos hace falta la potencia radiada. Para calcular ésta se integra el vector de Poynting en una superficie cerrada, generalmente una esfera. A su vez, para calcular el vector de Poynting es necesario calcular los campos eléctrico y magnético. Para esto se puede recurrir a calcular el potencial vector. Hacemos estos cálculos.

La expresión general del potencial vector es

$$\vec{A} = \int_V \vec{A}_d dV = \int_V \frac{\mu_0 \vec{J}(\vec{r}')}{4\pi r} e^{-jk_0(r-\hat{r}\cdot\vec{r}')} dV = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_V \vec{J}(\vec{r}') e^{jk_0 \hat{r}\cdot\vec{r}'} dV, \quad (2.1)$$

donde V indica volumen, \vec{A}_d es el potencial vector creado por un diferencial de volumen en el punto \vec{r} , $\vec{J}(\vec{r}')$ es el flujo de corriente en el punto \vec{r}' , μ_0 la permeabilidad magnética en espacio libre y k_0 es el número de onda en espacio libre. En general, se utiliza \vec{r} para indicar el vector que une el centro del sistema de coordenadas con el punto donde se quiere calcular el efecto de la antena, y \vec{r}' para indicar el vector que une el centro del sistema de coordenadas con un punto o elemento diferencial de la antena.

El caso de una antena lineal, esta expresión se concreta en

$$\vec{A} = \int_l \frac{\mu_0 I(\vec{r}') e^{-jk_0|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi |\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}'. \quad (2.2)$$

En nuestro caso la intensidad de corriente es constante $I(z) = I \cos(k_0 z) \approx I$, $-l \leq z \leq l$. Donde se ha tomado como referencia que el dipolo va de $-l$ a l . Así

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_{-l}^l I(\vec{r}') e^{jk_0 \hat{r}\cdot\vec{r}'} d\vec{r}' = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \vec{N}(\vec{r}), \quad (2.3)$$

quedando definido el vector de radiación, \vec{N} .

En el caso particular de la antena que nos ocupa,

$$\begin{aligned} \vec{N} &= \int_{-l}^l I e^{jk_0 \hat{r}\cdot\vec{r}'} d\vec{r}' = \hat{z} I \int_{-l}^l e^{jk_0 z \cos \theta} dz \\ &= \{e^{jk_0 x \cos \theta} = \cos(k_0 x \cos \theta) + j \sin(k_0 x \cos \theta)\} = \\ &= \hat{z} I 2 \left(\int_0^l \cos(k_0 z \cos \theta) dz \right) = \hat{z} I 2 \left(\frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

es el vector de radiación, y, finalmente,

$$\vec{A} = \hat{z} \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} I 2 \left(\frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta} \right). \quad (2.5)$$

El campo magnético en campos lejanos se puede calcular utilizando la expresión

$$\vec{H} = \hat{\phi} \cdot H_\phi = -\hat{\phi} \cdot \frac{1}{\mu_0} \sin \theta \frac{\partial A_z}{\partial r}, \quad (2.6)$$

que es válida para cualquier antena lineal recta alineada en el eje z , como el dipolo elemental o el dipolo $\lambda/2$.

Realizando los cálculos pertinentes

$$\begin{aligned}\vec{H} &= -\hat{\phi} \cdot \frac{I}{2\pi} \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} e^{-jk_0 r} \right) \frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta} \\ &= -\hat{\phi} \cdot \frac{I}{2\pi} \sin \theta \left(-\frac{jk_0}{r} e^{-jk_0 r} - \frac{1}{r^2} e^{-jk_0 r} \right) \frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta}.\end{aligned}\quad (2.7)$$

En campos lejanos

$$\begin{aligned}\vec{H} &\approx \hat{\phi} \cdot \frac{I}{2\pi} \sin \theta \left(\frac{jk_0}{r} e^{-jk_0 r} \right) \frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta} \\ &= \hat{\phi} \cdot \frac{I}{2\pi} \sin \theta \left(\frac{jk_0}{r} e^{-jk_0 r} \right) \frac{\sin(k_0 l \cos \theta)}{k_0 \cos \theta} \\ &= \hat{\phi} \cdot j \frac{I}{2\pi r} e^{-jk_0 r} \sin(k_0 l \cos \theta) \tan(\theta).\end{aligned}\quad (2.8)$$

El vector campo eléctrico, también en campos lejanos, se calcula como el ortogonal, de forma que el producto vectorial del campo eléctrico y magnético sea el vector de Poynting, en la dirección \hat{r} . Además, los módulos están relacionados por la impedancia característica del medio,

$$\vec{E} = \hat{\theta} \cdot E_\theta = \hat{\theta} \cdot \eta H_\phi, \quad (2.9)$$

y el vector de Poynting

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} E \cdot H = \frac{1}{2\eta} E^2 = \frac{\eta I^2}{8\pi^2 r^2} \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta) \hat{r}. \quad (2.10)$$

La potencia radiada

$$\begin{aligned}P_t &= \oint_S \langle \vec{S} \rangle \cdot d\vec{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\eta I^2}{8\pi^2 r^2} \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \\ &= \frac{\eta I^2}{8\pi^2} 2\pi \int_0^\pi \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta) \sin(\theta) d\theta = \{l = \lambda/4\} = 84.54 I^2,\end{aligned}\quad (2.11)$$

donde se han utilizado métodos numéricos para calcular la integral. La resistencia de radiación, R_a :

$$P_t = \frac{1}{2} I^2 R_a = 84.54 I^2 \Rightarrow R_a = 2 \cdot 84.54 = 169.08 \, \Omega. \quad (2.12)$$

b) Acudimos a la definición de intensidad de radiación:

$$u(\theta, \varphi) = \langle S \rangle \cdot r^2 = \frac{\eta I^2}{8\pi^2} \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta). \quad (2.13)$$

Y como para una antena isótropa

$$u_{isotropa}(\theta, \phi) = \frac{p_t}{4\pi} = \frac{84.54I^2}{4\pi}, \quad (2.14)$$

la ganancia directiva queda

$$\begin{aligned} d(\theta, \varphi) &= \frac{u(\theta, \varphi)}{u_{isotropa}} = \frac{\frac{\eta I^2}{8\pi^2} \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta)}{\frac{84.54I^2}{4\pi}} \\ &= 0.7092 \sin^2(k_0 l \cos \theta) \tan^2(\theta). \end{aligned} \quad (2.15)$$

- c) Se representa en la ganancia directiva en Figura 2.2, a modo de diagrama de radiación. La directividad es el máximo valor. Éste se puede calcular bien observando en el diagrama que el máximo está en $\theta = \pi/2$ o bien derivando, en cuyo caso aparece una indeterminación que puede resolverse aplicando L'Hopital. La directividad queda,

$$d = \max_{\theta, \phi} d(\theta, \phi) = 0.7092(k_0 l)^2 = 1.75 = 2.43 \text{ dB}. \quad (2.16)$$

Para aplicar L'Hopital, definimos,

$$\begin{aligned} a(\theta) &= \frac{d}{d\theta} \sin(k_0 l \cos \theta) = -\cos(k_0 l \cos \theta) k_0 l \sin \theta \\ b(\theta) &= \frac{d \sin(\theta)}{d\theta \cos(\theta)} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{aligned} \quad (2.17)$$

queda

$$\frac{\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} a(\theta)}{\lim_{\theta \rightarrow \pi/2} b(\theta)} = \frac{-1 \cdot k_0 l \cdot 1}{1/1} = -k_0 l. \quad (2.18)$$

P. 2.2 Antena lineal larga adaptada

Considere una antena construida mediante una línea de transmisión, ver Figura 2.3, de longitud l sin pérdidas, que termina en una carga adaptada. Si se hace circular por ella una corriente de amplitud I_0 , siendo β la constante de fase,

$$I(z) = I_0 e^{-j\beta z}. \quad (2.19)$$

- Determine la expresión del potencial vector en zona lejana, en función del ángulo θ .
- Calcule el campo eléctrico y el campo magnético.
- Calcule el vector de Poynting y la intensidad de radiación para $\beta = k_0$ y $l = \lambda$.

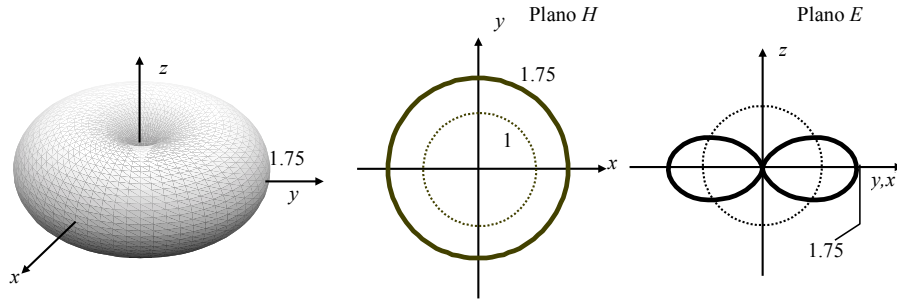


Figura 2.2 Diagrama de radiación resultante para el dipolo $\lambda/2$ de intensidad ideal constante. A la izquierda se incluye en 3 dimensiones, en el centro el corte en el plano horizontal, y el corte en el plano vertical, a la derecha. Se incluye el diagrama de radiación de la antena isotrópica (línea punteada).

- d) Represente la forma del diagrama de radiación. Esto es, multiplicado por cualquier constante.

Nota: Desprecie los efectos del suelo incluido en la figura.

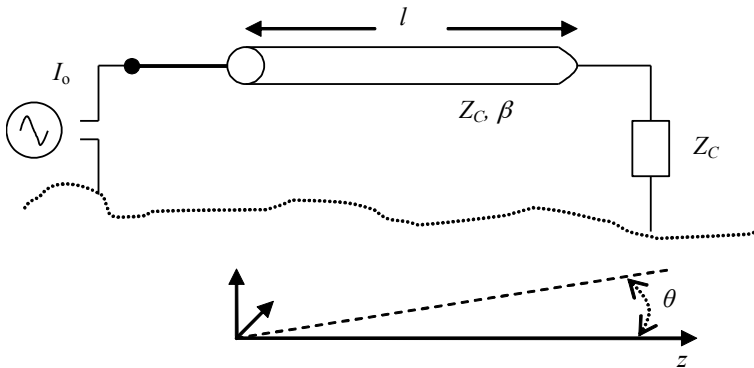


Figura 2.3 Antena realizada con línea de transmisión.

Solución.

- a) Lo más inmediato es poner el centro del sistema de referencia en el punto medio. La intensidad queda

$$I(z) = I_0 e^{-j\beta(z+l/2)}. \quad (2.20)$$

Para calcular el potencial vector, recurrimos al potencial vector generado por una antena lineal en distancias lejanas, calculado en (2.3),

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_l I(\vec{r}') e^{jk_0 \hat{r} \cdot \vec{r}'} d\vec{r}' \quad (2.21)$$

con $d\vec{r}' = dz\hat{z}$ y $\vec{r}' = z\hat{z}$ de forma que $I(\vec{r}') = I_0 e^{-j\beta(z+l/2)}$ y $k_0 \vec{r}' \cdot \hat{r} = k_0 z \cos \theta$. La integral queda

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \frac{\mu_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} \int_{l/2}^{l/2} I_0 e^{-j\beta(z+l/2)+jk_0 z \cos \theta} dz \cdot \hat{z} = \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} e^{-j\beta l/2} \int_{l/2}^{l/2} e^{-jk_0 z (\beta/k_0 - \cos \theta)} dz \cdot \hat{z} \\ &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi r} e^{-jk_0 r} e^{-j\beta l/2} 2 \frac{\sin [k_0 l/2 (\beta/k_0 - \cos \theta)]}{k_0 (\beta/k_0 - \cos \theta)} \cdot \hat{z}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

- b) Para el campo magnético utilizamos la aproximación en campos lejanos para una antena lineal recta, en este caso en el eje z ,

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \hat{\phi} \cdot H_\phi = -\hat{\phi} \cdot \frac{1}{\mu_0} \sin \theta \frac{\partial A_z}{\partial r} = \{1 \gg 1/r\} \\ &= \hat{\phi} \cdot j \frac{I_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} e^{-j\beta l/2} \sin \theta \frac{\sin [k_0 l/2 (\beta/k_0 - \cos \theta)]}{(\beta/k_0 - \cos \theta)}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

El campo eléctrico se calcula como el ortogonal, de forma que el producto vectorial del campo eléctrico y magnético sea el vector de Poynting,

$$\vec{E} = \hat{\theta} \cdot \eta H_\phi = \hat{\theta} \cdot j \frac{\eta I_0}{2\pi r} e^{-jk_0 r} e^{-j\beta l/2} \sin \theta \frac{\sin [k_0 l/2 (\beta/k_0 - \cos \theta)]}{(\beta/k_0 - \cos \theta)}. \quad (2.24)$$

- c) El vector de Poynting promedio

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* = \hat{\theta} \cdot \eta \left(\frac{I_0}{2\pi r} \sin \theta \frac{\sin [k_0 l/2 (\beta/k_0 - \cos \theta)]}{(\beta/k_0 - \cos \theta)} \right)^2. \quad (2.25)$$

En el caso $\beta = k_0$ queda

$$\langle S \rangle = \left| \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \right| = \eta \left(\frac{I_0}{2\pi r} \sin \theta \frac{\sin [k_0 l / 2 \sin^2 (\theta/2)]}{\sin^2 (\theta/2)} \right)^2 \quad (2.26)$$

y para $l = \lambda$

$$\langle S \rangle = \left| \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \right| = \eta \left(\frac{I_0}{2\pi r} \sin \theta \frac{\sin [\pi \sin^2 (\theta/2)]}{\sin^2 (\theta/2)} \right)^2. \quad (2.27)$$

La intensidad de radiación, acudiendo a la definición,

$$u(\theta, \phi) = \langle \langle S \rangle \rangle r^2 = \eta \left(\frac{I_0}{2\pi} \sin \theta \frac{\sin [\pi \sin^2 (\theta/2)]}{\sin^2 (\theta/2)} \right)^2. \quad (2.28)$$

d) Representamos

$$\left(\sin \theta \frac{\sin [\pi \sin^2 (\theta/2)]}{\sin^2 (\theta/2)} \right)^2, \quad (2.29)$$

obteniendo el diagrama en la Figura 2.4.

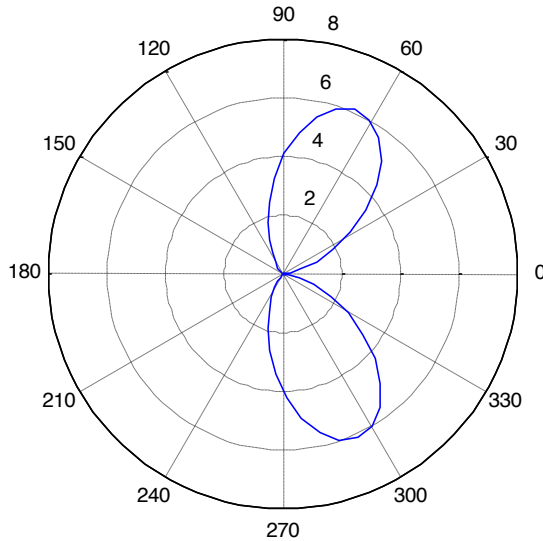


Figura 2.4 Antena realizada con línea de transmisión.

P. 2.3 Dipolos en cruz

Sea una antena ideal formada por dos dipolos elementales, dos dipolos de longitud infinitesimal, cruzados según la Figura 2.5. Cada dipolo tiene longitud dl y está recorrido por la misma corriente I .

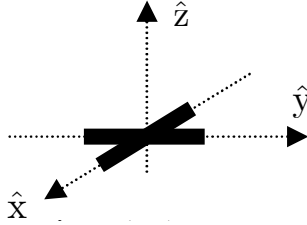


Figura 2.5 Dos dipolos dispuestos ortogonalmente y cruzados en el punto medio.

- a) Si el módulo del potencial vector de un dipolo elemental es

$$A = \mu_0 I dl \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r}, \quad (2.30)$$

calcule el potencial vector, en coordenadas esféricas, (r, ϕ, θ) , en cualquier punto.

- b) Demuestre que el campo lejano se puede escribir como

$$\vec{E} = -j\omega A(-\sin\phi + \cos\phi)\hat{\phi} - j\omega A(\cos\theta[\cos\phi + \sin\phi])\hat{\theta}. \quad (2.31)$$

- c) Calcule el vector de Poynting.
d) Calcule la resistencia de radiación.
e) Calcule la directividad.

Nota 1: Para campos lejanos

$$\begin{aligned} E_r &= 0 & H_r &= 0 \\ E_\phi &= -j\omega A_\phi & E_\phi/H_\phi &= \eta \\ E_\theta &= -j\omega A_\theta & E_\theta/H_\theta &= \eta \end{aligned} \quad (2.32)$$

y

$$\frac{1}{2} \text{Re} [E \times H^*] = \frac{1}{2\eta} [|E_\phi|^2 + |E_\theta|^2]. \quad (2.33)$$

Nota 2: Los vectores de la base de coordenadas esféricas son,

$$\begin{aligned}\hat{r} &= \sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z} \\ \hat{\phi} &= -\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y} \\ \hat{\theta} &= \cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}.\end{aligned}\quad (2.34)$$

Solución.

a) El potencial vector es la suma de los potenciales vectores de ambos dipolos elementales

$$\vec{A} = A(\hat{x} + \hat{y}) \quad (2.35)$$

En esféricas, haciendo uso de la Nota 2,

$$\begin{aligned}A_r &= \vec{A} \cdot \hat{r} = A(\hat{x} + \hat{y})(\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}) = \\ &= A(\sin \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi)\end{aligned}\quad (2.36)$$

$$\begin{aligned}A_\phi &= \vec{A} \cdot \hat{\phi} = A(\hat{x} + \hat{y})(-\sin \phi \hat{x} + \cos \phi \hat{y}) = \\ &= A(-\sin \phi + \cos \phi)\end{aligned}\quad (2.37)$$

$$\begin{aligned}A_\theta &= \vec{A} \cdot \hat{\theta} = A(\hat{x} + \hat{y})(\cos \theta \cos \phi \hat{x} + \cos \theta \sin \phi \hat{y} - \sin \theta \hat{z}) = \\ &= A(\cos \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi).\end{aligned}\quad (2.38)$$

b) En campos lejanos, haciendo uso de la Nota 1,

$$E_r = 0 \quad (2.39)$$

$$E_\phi = -j\omega A_\phi = -j\omega A(-\sin \phi + \cos \phi) \quad (2.40)$$

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = -j\omega A(\cos \theta (\cos \phi + \sin \phi)). \quad (2.41)$$

c) El vector de Poynting es, haciendo de nuevo uso de la Nota 1,

$$\begin{aligned}\langle \langle S \rangle \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re} [E \times H^*] = \frac{1}{2\eta} [|E_\phi|^2 + |E_\theta|^2] \\ &= \frac{1}{2\eta} \omega^2 |A|^2 2((1 - \sin(2\phi))/2 + \cos^2 \theta (1 + \sin(2\phi))/2) = \\ &= \frac{1}{2\eta} \omega^2 \left(\frac{\mu_o I d l}{4\pi r} \right)^2 2((1 - \sin(2\phi))/2 + \cos^2 \theta (1 + \sin(2\phi))/2) \\ &= \frac{\eta k_o^2 I^2 d l^2}{16\pi^2 r^2} ((1 - \sin(2\phi))/2 + \cos^2 \theta (1 + \sin(2\phi))/2).\end{aligned}\quad (2.42)$$

d) Directamente, si en un dipolo elemental (d.e.) tengo una tensión V e intensidad I relacionados a través de la resistencia de radiación, $R_{a \text{ d.e.}}$, ahora tenemos 2 dipolos en serie con módulo del campo resultante $|E|^2 = 2|E_{d.e.}|^2$. La potencia total radiada es el doble de la del d.e. y la impedancia también, $R_a = 2R_{a \text{ d.e.}}$.

En todo caso, se puede calcular:

$$\begin{aligned}
 P_T &= \frac{1}{2} R_a I^2 = P_T = \oint_s \langle \vec{S} \rangle d\vec{S} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \langle S \rangle r^2 \sin \theta d\phi d\theta = \\
 &= \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{16\pi^2} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} ((1 - \sin(2\phi))/2 + \cos^2 \theta (1 + \sin(2\phi))/2) \sin \theta d\phi d\theta = \\
 &= \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{16\pi^2} \pi \int_0^\pi \sin \theta (1 + \cos^2 \theta) d\theta = \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{16\pi^2} \pi (2 + 2/3) \\
 &= \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{16\pi^2} \pi \cdot 8/3 = \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{6\pi}. \tag{2.43}
 \end{aligned}$$

Como $P_T = \frac{1}{2} R_a I^2$,

$$\begin{aligned}
 \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{6\pi} &= \frac{1}{2} R_a I^2 \Rightarrow R_a = \frac{\eta k_o^2 dl^2}{3\pi} = 40 k_o^2 dl^2 = 40 \frac{4\pi^2}{\lambda^2} dl^2 \\
 &= 160\pi^2 \frac{dl^2}{\lambda^2} = 2R_a|_{d.e.} \tag{2.44}
 \end{aligned}$$

- e) De igual forma, entrego el doble de potencia, $P_T = 1/2 \cdot 2VI$, para obtener un campo de modulo $\sqrt{2}E$, donde E es el campo proporcionado por un solo dipolo elemental. Por lo tanto tengo un vector de Poynting máximo con módulo el doble del que tenía, pero a costa del doble de potencia entregada. La directividad queda igual.

Atendiendo a la definición

$$D = \frac{U_{max}(\phi, \theta)}{P_T/4\pi} = \frac{\frac{6/4}{4\pi} P_T}{P_T/4\pi} = 3/2 = 1.5 = 1.76 \text{ dB}, \tag{2.45}$$

donde, dado que $U(\phi, \theta) = \langle S \rangle \cdot r^2$,

$$\langle P \rangle_{max} \cdot r^2 = \{\theta = 0\} = \frac{\eta k_o^2 I^2 dl^2}{16\pi^2} = \frac{6}{16\pi} P_T = \frac{6/4}{4\pi} P_T. \tag{2.46}$$

P. 2.4 Antena colineal

Se pide estudiar una antena muy utilizada en radiodifusión. Se trata de una antena formada por dos dipolos $\lambda/2$ en línea separados una distancia d , de ahí que esta antena reciba el nombre de colineal, ver Figura 2.6. Ambos elementos están alimentados con la misma intensidad I . Se pide

- a) Obtener el diagrama de radiación, sólo la forma aproximada, para el plano horizontal y el vertical si $d = \lambda$.

- b) Proporcionar una expresión, aunque incluya una integral sin resolver, para la potencia radiada en función de la distancia d .
- c) Calcular el valor de la potencia radiada, la resistencia de radiación, la ganancia directiva y la directividad para $d = \lambda$.
- d) Contestar a la siguiente pregunta. ¿Se mantendrán estos mismos valores para otras distancias d ? Razone su respuesta.

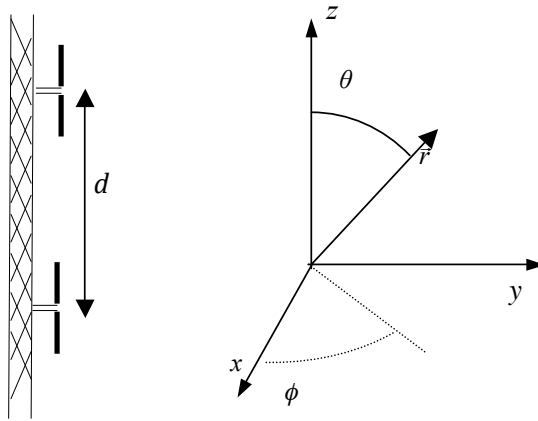


Figura 2.6 Esquema antenas colineal de dos dipolos $\lambda/2$.

Nota: Alguna de las siguientes integrales puede serle de utilidad,

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)(1 + \cos(2\pi \cos \theta))}{\sin^2 \theta} d\theta \approx 1.32$$

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)(1 + \cos(\pi \cos \theta))}{\sin^2 \theta} d\theta \approx 1.76$$

$$\int_0^\pi \frac{\cos^3(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta \approx 0.97$$

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)(\cos^2(\pi \cos \theta))}{\sin \theta} d\theta \approx 0.61$$

$$\int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)(\cos(2\pi \cos \theta))}{\sin \theta} d\theta \approx 0$$

Solución.

- a) En la Figura 2.6 se puede apreciar que d es la distancia que separa las antenas, y θ es el ángulo de la dirección en la que se calcula el valor del patrón de radiación respecto al eje vertical. Como se ha alineado el sistema de coordenadas de forma que z se corresponde con el propio poste que sustenta las antenas, este ángulo coincide con el valor θ del sistema de coordenadas esféricas. Si se centra el sistema de coordenadas en el punto medio entre las antenas, el diagrama de radiación es omnidireccional en ϕ debido a la simetría respecto al eje z . Así, sólo hay dependencia en θ , que vendrá dada por la diferencia de fase, ψ , entre los campos lejanos que se reciben de ambas antenas (que dará lugar al patrón de grupo) y la potencia que llegaría si sólo hubiese un elemento radiando (patrón unitario). Como resultado, el corte del patrón de radiación por cualquier plano que contenga a z se puede obtener por multiplicación de patrones o aplicando la fórmula para un conjunto de dos antenas.

Para dos antenas isótropas, separadas una distancia d , el diagrama de radiación en un plano que las contenga, tal como se describe en la Figura 2.7, viene dado por [9]

$$|E| = 2 |E_0| \cos \frac{\psi}{2} = 2 |E_0| \cos \left(\frac{\pi d \cos \theta}{\lambda} \right), \quad (2.47)$$

donde ψ es el desfase con el que llega el campo de una antena respecto de la otra,

$$\psi = k_0 d \cos \theta. \quad (2.48)$$

Sólo hay que multiplicar el patrón de grupo en la expresión anterior, (2.47), por el diagrama vertical de un dipolo, tal como se muestra en la Figura 2.8. Nótese que el diagrama de radiación unitario es el corte de un plano vertical al diagrama de radiación

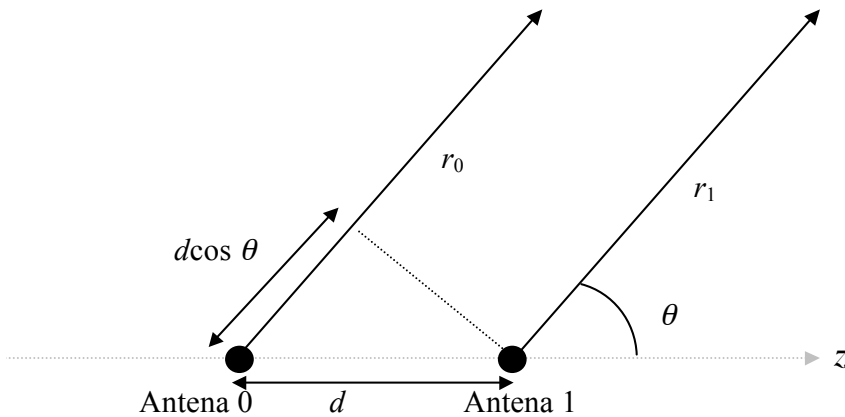


Figura 2.7 Esquema de antenas colineales y campos lejanos.

de un dipolo dispuesto verticalmente, y el resultado es un patrón con forma de “ocho” tumbado.

- b) Hay que recalcular la potencia radiada para el dipolo pero teniendo en cuenta el patrón de grupo. O dicho de otra forma, en puntos lejanos el módulo del vector de Poynting es el módulo del campo eléctrico al cuadrado partido por la impedancia característica. Y el campo eléctrico es el de la expresión del Apartado a), donde E_0 es el campo de un dipolo $\lambda/2$. Sustituyendo E_0 por el campo radiado por un dipolo $\lambda/2$ e integrando en una esfera cerrada,

$$\begin{aligned} p_t &= \oint_S \langle \vec{S} \rangle \cdot d\vec{S} \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\eta I^2}{8\pi^2 r^2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} 4 \cos^2 \left(\frac{\pi d \cos \theta}{\lambda} \right) r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{\eta I^2}{8\pi^2} 2\pi \int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta) 4 \cos^2 \left(\frac{\pi d \cos \theta}{\lambda} \right)}{\sin \theta} d\theta. \end{aligned} \quad (2.49)$$

- c) Haciendo $d = \lambda$ queda

$$p_t = \frac{\eta I^2}{8\pi^2} 2\pi \int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta) 4 \cos^2(\pi \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta. \quad (2.50)$$

Utilizando la cuarta expresión integral proporcionada en el enunciado

$$p_t = \frac{\eta I^2}{8\pi^2} 2\pi \cdot 2.44 = 2 \cdot 36.6 \cdot I^2. \quad (2.51)$$

Es decir, el doble de la de un dipolo. Evidentemente, la resistencia de radiación queda el doble,

$$p_t = \frac{1}{2} I^2 R_a = 2 \cdot 36.6 I^2 \Rightarrow R_a = 2 \cdot 2 \cdot 36.6 = 2 \cdot 73.2 \Omega = 2R_a|_{\lambda/2}. \quad (2.52)$$

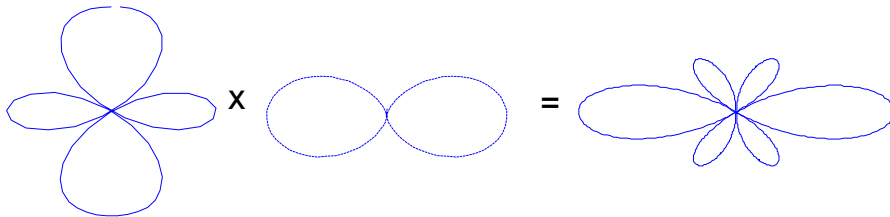


Figura 2.8 Patrón de antena colineal por multiplicación de patrones: patrón de grupo por patrón unitario igual a patrón resultante.

Respecto a la ganancia directiva, primero calculamos la intensidad de radiación

$$u(\theta, \phi) = \langle S \rangle \cdot r^2 = \frac{\eta I^2}{8\pi^2} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} 4 \cos^2(\pi \cos \theta), \quad (2.53)$$

y la ganancia directiva a partir de ésta

$$\begin{aligned} d(\theta, \phi) &= \frac{u(\theta, \phi)}{p_t/4\pi} = \frac{\eta \cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{2 \cdot 36.6 \cdot 2\pi \cdot \sin^2 \theta} 4 \cos^2(\pi \cos \theta) \\ &= 2 \cdot 1.64 \left(\frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \right) \cos^2(\pi \cos \theta). \end{aligned} \quad (2.54)$$

Esta expresión no es sino la expresión matemática del cuadrado de lo representado en el Apartado a). La directividad es el máximo, que tal como se vio en el Apartado a) se da para $\theta = \pi/2$ $d = 2 \cdot 1.64$ y en dB, $3 + 2.15 = 5.15$ dB.

d) Para otras distancias no se cumplirá que

$$4 \int_0^\pi \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta) (\cos^2(\pi \cos \theta))}{\sin^2 \theta} d\theta \approx 2.44 \quad (2.55)$$

en (2.51), y no se dará en general que la potencia radiada sea dos veces la radiada por un dipolo, ni que la impedancia total sea la suma de las impedancias de las antenas, en este caso el doble, al ser iguales. Esto es, la impedancia de radiación no es la suma de las impedancias de los dipolos en espacio libre.

P. 2.5 Dipolo con reflector

a) Sea una antena cualquiera en el origen de coordenadas cartesianas. Supóngase que el potencial vector de esta antena en un punto lejano cualquiera del espacio es \vec{A} . Demuestre que si se desplaza (sin rotación) la antena a un punto (cercano) del eje x a una distancia a del centro, el potencial vector resultante se puede escribir como

$$\vec{A}_{\Delta x} = \vec{A} \cdot e^{jk_x a} \quad (2.56)$$

donde $k_x = k \cdot \sin \theta \cos \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \cos \phi$. Y que para un desplazamiento similar en el eje y y en el eje z se tiene

$$\vec{A}_{\Delta y} = \vec{A} \cdot e^{jk_y a} \quad (2.57)$$

$$\vec{A}_{\Delta z} = \vec{A} \cdot e^{jk_z a} \quad (2.58)$$

Calcule el valor de k_y y k_z . Sugerencia: el valor k_z se suele utilizar en el cálculo del potencial vector de un elemento de corriente en el eje z a una pequeña distancia del centro.

b) Suponga un dipolo $\lambda/2$ dispuesto verticalmente en el punto $(x, y, z) = (a, 0, 0)$ y con un plano conductor perfecto con vector superficie \hat{x} que pasa por el punto $(x, y, z) =$

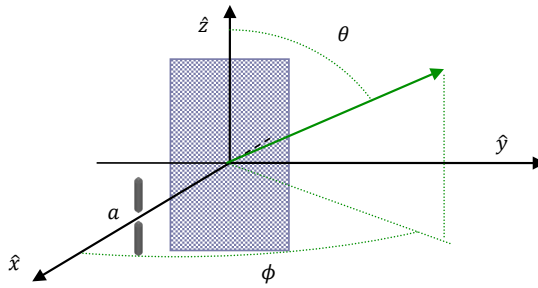


Figura 2.9 Dipolo con plano reflector.

$(0, 0, 0)$. Calcule el campo eléctrico en campos lejanos. Obtenga una expresión para el patrón de radiación (vector de Poynting, ganancia directiva o similar) en función del azimut y elevación con $a = \lambda/4$. Compruebe si en el eje y tiene la máxima o la mínima ganancia directiva. Puede consultar la Figura 2.9 si tiene alguna duda sobre la configuración de la antenna.

- c) En la situación del Apartado b) y para $a = \lambda/4$ represente el patrón de radiación en el plano E, que pasa por el eje y , y en el plano H utilizando el método de multiplicación de patrones. Indique la dirección de máxima ganancia. También, indique claramente los ejes.
- d) En la situación del Apartado b) discuta cómo calcularía el valor de la directividad (ganancia) de la antenna indicando si sería alguno de los siguientes valores, argumentando su elección,
- el doble del valor de la ganancia para el dipolo
 - la mitad del valor de la ganancia para el dipolo
 - el mismo valor de la ganancia para el dipolo
 - otro valor (a calcular)

Solución.

- a) Un potencial vector cualquier en coordenadas esféricas viene dado por

$$\vec{A} = r \cos \phi \sin \theta \cdot \hat{x} + r \sin \phi \sin \theta \cdot \hat{y} + r \cos \theta \cdot \hat{z} \quad (2.59)$$

si se desplaza la antenna una distancia a en el eje x , y como estamos en campos lejanos, el vector desplazado es paralelo al anterior y el efecto es el de un desfase, puesto que a efectos de magnitud del potencial vector el desplazamiento es insignificante. Calculamos primero la proyección del desplazamiento sobre el vector:

$$\Delta l = a \hat{x} \cdot \vec{A}/|\vec{A}| = (a, 0, 0) \cdot (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta) = a \cos \phi \sin \theta. \quad (2.60)$$

El desfase es

$$\Delta_x = \Delta l \frac{2\pi}{\lambda} = \Delta l k_0, \quad (2.61)$$

luego el potencial vector desplazado es

$$\vec{A}_{\Delta x} = \vec{A} \cdot e^{j\Delta_x} = \vec{A} \cdot e^{j k_0 a \cos \phi \sin \theta}. \quad (2.62)$$

Si se repite con los vectores $(0, a, 0)$ y $(0, 0, a)$ se obtiene, respectivamente

$$\vec{A}_{\Delta y} = \vec{A} \cdot e^{j\Delta_y} = \vec{A} \cdot e^{j k_0 a \sin \phi \sin \theta} \quad (2.63)$$

$$\vec{A}_{\Delta z} = \vec{A} \cdot e^{j\Delta_z} = \vec{A} \cdot e^{j k_0 a \cos \theta}. \quad (2.64)$$

- b) El campo creado por el dipolo en el punto $(a, 0, 0)$ es $\vec{E}_{+a} = \vec{E}_{dip} \cdot e^{j k_0 a \cos \phi \sin \theta}$, el plano conductor, por teoría de imágenes, se sustituye por un dipolo con intensidad opuesta: $\vec{E}_{-a} = \vec{E}_{dip} \cdot e^{-j k_0 a \cos \phi \sin \theta}$.

El resultado es la suma:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_{+a} + \vec{E}_{-a} = \vec{E}_{dip} \cdot (e^{j k_0 a \cos \phi \sin \theta} - e^{-j k_0 a \cos \phi \sin \theta}) \\ &= \vec{E}_{dip} \cdot 2 \sin(k_0 a \cos \phi \sin \theta). \end{aligned} \quad (2.65)$$

Para la distancia sugerida en el enunciado

$$\vec{E} = \vec{E}_{dip} \cdot 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} \cos \phi \sin \theta\right). \quad (2.66)$$

Se observa que en el eje y , para $\phi = \pi/2$, se anula. El máximo lo tiene para $\theta = \pi/2$ y $\phi = 0$. El vector de Poynting será de la forma

$$\langle\langle S \rangle\rangle = \langle\langle S \rangle\rangle_{dip} \cdot 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \phi \sin \theta\right) = \frac{\eta_0 I_0^2}{8\pi^2 r^2} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin^2 \theta} \cdot 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \phi \sin \theta\right). \quad (2.67)$$

- c) Tenemos una multiplicación de patrones con $d = \lambda/2$, $\alpha = \pi$. En la Figura 2.10.a se muestran las antenas, la original y la imagen, con sus patrones unitarios. El patrón de grupo se puede consultar o calcular con

$$|E| = 2E_0 \cos \frac{\psi}{2} = 2E_0 \cos\left(\frac{\pi d \cos \phi}{\lambda} + \frac{\alpha}{2}\right). \quad (2.68)$$

Este patrón se puede observar en la Figura 2.10.b. Realizando la multiplicación queda, teniendo en cuenta que la antena no radia hacia atrás, el diagrama en la Figura 2.10.c. Este es el resultado para el plano E. Para el plano H es inmediato, los patrones unitarios son omnidireccionales y el patrón de grupo es directamente el resultado, eliminando el lóbulo izquierdo por estar detrás del plano conductor. Queda el patrón en la Figura 2.10.d.

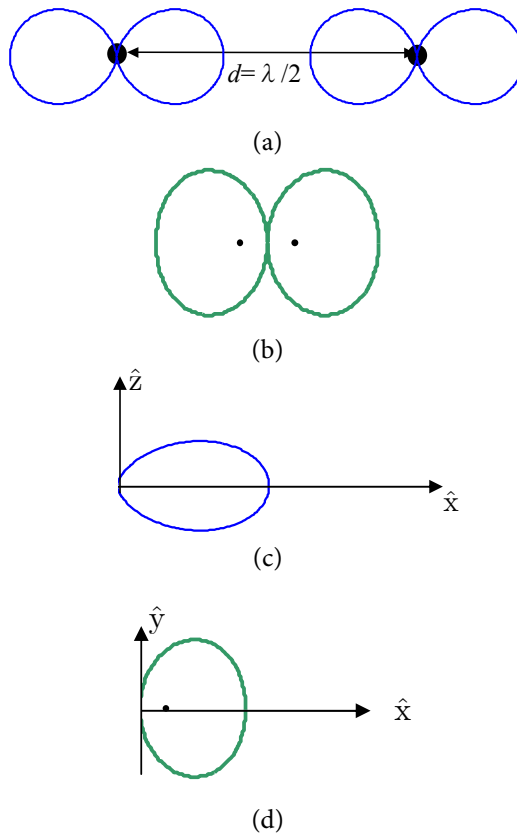


Figura 2.10 Cálculo del diagrama de radiación. Los puntos negros indican la posición de la antena y, en (a) y (b), de la antena imagen. En (a) tenemos los diagramas de radiación unitarios, centrados en cada antena. En (b) se incluye el patrón de grupo. En (c) se representa el resultado de la multiplicación para el plano E, nótese que sólo se radia a la derecha del plano conductor. En (d) se dibuja el mismo resultado para el plano H.

- d) La ganancia hay que calcularla. Esta antena tiene un patrón de radiación distinto que el del dipolo. Y habría que calcular la potencia total radiada para poder calcular la ganancia. A priori parece que estará en torno al doble de la ganancia del dipolo utilizado, porque el patrón es parecido al del dipolo y no radia a la izquierda. Pero no es exactamente el doble.

P. 2.6 Antena WiFi

En una urbanización se ha dispuesto un punto de acceso WiFi en un poste de altura h_t , para dar cobertura a un conjunto de vecinos que viven en casas dispersas. Los datos del sistema radiante en el poste son los incluidos en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Datos sistema radiación WiFi en poste, punto de acceso.

Número de canales simultáneos	1
Antena	Dipolo $\lambda/2$
Disposición del dipolo	vertical
Ganancia de la antena	2.15 dBi
Pérdidas en los cables	0 dB
PIRE	100 mW
Frecuencia central	2.445 GHz
Nivel de referencia	10 (W/m ²)
Sensibilidad (incluido margen de 5 dB)	-85 dBm

Los equipos en los hogares tienen una sensibilidad de -88 dBm a la que se le añade un margen de 5 dB y transmiten a 100 mW. La ganancia de la antena de los receptores se toman a 0 dBi y unas pérdidas despreciables en conectores. Y el perfil del terreno que hay entre el sistema radiante y los receptores es plano con conductividad, σ , prácticamente nula y permitividad relativa de valor $\epsilon_r = 18$.

- En previsión del cumplimiento de los niveles de emisiones radioeléctricas según lo indicado en el Real Decreto 1066 del 28 de Septiembre, se desea calcular los valores de perímetro de seguridad fuera del cual el flujo de potencia es menor de 10 W/m². Calcule el perímetro de seguridad si la propagación se realiza en espacio libre.
- Calcule el perímetro de seguridad si se tiene en cuenta que puede haber un rayo reflejado que incida también en el cuerpo humano. Asuma el peor caso.
- Calcule la máxima cobertura si se asume pérdidas en espacio libre.
- En las condiciones del Apartado b), calcule si a 750 y 1100 metros es viable la comunicación si la antena del punto de acceso se coloca a 15 m de altura y la receptora a 3 metros.

Solución.

- El flujo de potencia tiene que ser menor o igual a 10 W/m². En espacio libre:

$$\langle S \rangle = \frac{pire}{4\pi d^2} < 10 \Rightarrow d \leq \left(\frac{pire}{4\pi \langle S \rangle_{\max}} \right)^{1/2} = 2.8 \text{ cm.} \quad (2.69)$$

- Si hay una reflexión, el campo se puede duplicar y el flujo cuadruplicar. De forma que se tiene

$$\langle S \rangle = \frac{4pire}{4\pi d^2} < 10 \Rightarrow d \leq \left(\frac{4pire}{4\pi \langle S \rangle_{\max}} \right)^{1/2} = 5.6 \text{ cm.} \quad (2.70)$$

- c) Lo primero que habría que ver es qué enlace limita la comunicación, si el ascendente o el descendente. Siendo el descendente el enlace desde el poste a los hogares y el ascendente en el que el que transmite es el equipo en los hogares hacia el poste. En ambos casos las pérdidas -por reciprocidad¹ - y la PIRE -por estar limitada- son la misma, pero el descendente respecto al ascendente tiene una degradación de 2 dB debido a una peor sensibilidad y una mejora de $10 - 2.15 = 7.85$ dB debido a la diferencia en las ganancias de antenas. Eso hace que sea el ascendente el enlace que limite la cobertura; lo estudiamos. En espacio libre tenemos que las pérdidas son

$$L_{bf} = 20 \log \frac{4\pi d}{\lambda}. \quad (2.71)$$

Por Friis

$$PIRE - L_{bf} + 2.15 \geq C_{\min} \Rightarrow 20\text{dBm} - L_{bf} \geq -85 \Rightarrow L_{bf} + 2.15 \leq 107.15 \text{ dBm}, \quad (2.72)$$

despejamos la distancia

$$d_{\max} \leq 10^{L_{bf}/20} \lambda / 4\pi = 2224 \text{ m}, \quad (2.73)$$

tomando la frecuencia central.

- d) En este caso tenemos un modelo de reflexión en el suelo en el que no se dan las condiciones para aplicar la aproximación de tierra plana. Hay que calcular el coeficiente de reflexión con las siguientes expresiones, para polarización vertical -dada la disposición del dipolo-. Primero hay que calcular la permitividad compleja del suelo,

$$\varepsilon_o = \varepsilon_r - j60\sigma\lambda = \{\sigma = 0\} = \varepsilon_r, \quad (2.74)$$

para luego calcular

$$R_V = |R| e^{-j\beta} = \frac{\varepsilon_o \cdot \sin\psi - \sqrt{\varepsilon_o - \cos^2\psi}}{\varepsilon_o \cdot \sin\psi + \sqrt{\varepsilon_o - \cos^2\psi}}, \quad (2.75)$$

donde

$$\begin{aligned} \psi &= \arctan\left(\frac{h_t + h_r}{d}\right) = \left\{ \begin{array}{l} 0.0240 \text{ rad}, d = 750 \text{ m} \\ 0.0164 \text{ rad}, d = 1100 \text{ m} \end{array} \right\} \\ \Rightarrow &\left\{ \begin{array}{l} R_V = -0.8104, d = 750 \text{ m} \\ R_V = -0.8667, d = 1100 \text{ m} \end{array} \right\}. \end{aligned}$$

¹WiFi funciona en modo duplexión por división en el tiempo -time division duplexing- (TDD), por lo que la frecuencia de subida y bajada es la misma

Si calculamos el desfase

$$\Delta = \frac{2\pi \cdot \Delta l}{\lambda} = \frac{4\pi \cdot h_t \cdot h_r}{\lambda d} = \left\{ \begin{array}{l} 6.1450, d = 750 \text{ m} \\ 4.1897, d = 1100 \text{ m} \end{array} \right\}, \quad (2.76)$$

podemos incluirlo en la expresión de pérdidas en el modelo de reflexión para distancias cortas, sin incluir refracción,

$$\begin{aligned} C_{dr} &= PIRE - L_b + G_r \\ &= PIRE - 20 \log\left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right) + 10 \log(1 + |R|^2 + 2 \cdot |R| \cdot \cos(\Delta + \beta)) + G_r. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Despejando,

$$\begin{aligned} d = 750 \text{ m}, C_{dr} &= -88.46 \text{ dBm} \\ d = 1100 \text{ m}, C_{dr} &= -74.71 \text{ dBm} \end{aligned} \quad (2.78)$$

de forma que sólo la última es mayor que la sensibilidad, de -85 dBm ya incluido el margen de 5 dB . Esto es, a distancias intermedias el sistema no funciona.

En la Figura 2.11 se incluye la potencia recibida en función de la distancia, para el enlace ascendente. Se ha incluido también la potencia recibida en espacio libre y en el modelo de tierra plana, para distancias elevadas ($d > 12h_t h_r / \lambda$), dado por

$$P_{dr} = PIRE - 40 \log(d) + 20 \log(h_t h_r) - 120 + G_r. \quad (2.79)$$

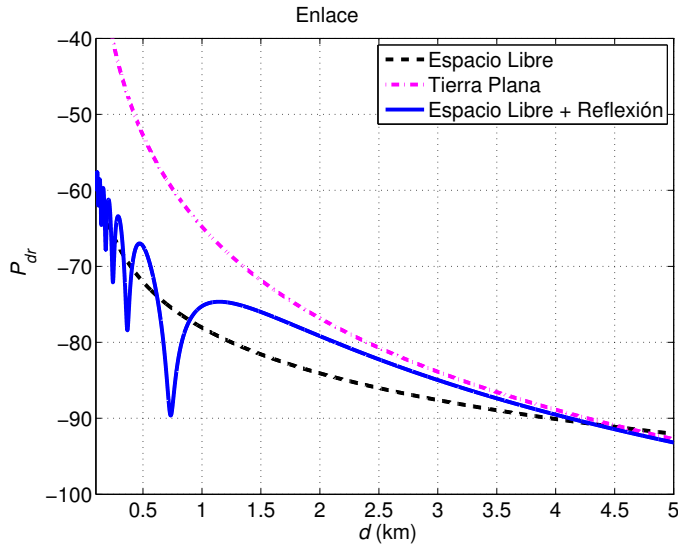


Figura 2.11 Dipolo con plano reflector.

P. 2.7 Antena y propagación en AM

Sea una sistema de radiodifusión de AM (535 a 1605 kHz). En estos sistemas, es típico aportar datos sobre la propagación mediante una gráfica, ver Figura 2.12, en la que se representa el campo recibido en función de la distancia, donde el campo proporcionado E_c (dB μ V/m ó dBu/m) viene dado para una transmisión con una antena de ganancia 3, 4.77 dBi, a la que se le ha entregado una potencia $p'_t=1$ kW. Esta ganancia se corresponde con la ganancia de una antena vertical corta (AVC), muy utilizada en transmisiones AM. Al igual que se define la PIRE, se define la potencia radiada aparente sobre antena vertical corta - *effective monopole-radiated power* (EMRP)- (PRAVC), donde la potencia radiada aparente es respecto a una antena vertical corta, de forma que $PRAVC = P_T + G_t$ (dBi) - G_{AVC} (dBi) donde $G_{AVC} = 4.77$ dBi.

- De las siguientes antenas indique cuál, y por qué, utilizaría como transmisor para una radiodifusión de AM: dipolo $\lambda/2$, dipolo corto, bocina, yagi-uda, monopolo $\lambda/4$ sobre el suelo y monopolo corto sobre el suelo (ó antena vertical corta). Sugerencia: piense en una transmisión a 1 MHz.
- Obtenga una expresión en decibelios para el campo recibido (expresado en dB μ V/m) en función del campo E_c cuando se entrega a la antena transmisora, de ganancia G_t (en dBi), una potencia cualquiera P'_t (en dBk). Obtenga también la expresión que relaciona la potencia recibida (en dBm) en bornas de una antena receptora genérica de ganancia G_r (dBi) con la potencia entregada (expresada ahora en dBW) a la antena transmisora, la ganancia de la antena transmisora G_t (dBi) y el campo E_c (en dB μ V/m).
- Calcule la potencia recibida con la antena de la Figura 2.13 (para máxima ganancia) a una distancia de 100 km, cuando se entregan 10 kW de potencia a una antena transmisora igual a la de la Figura 2.15 y se trabaja a una frecuencia central de 1 MHz. La antena receptora es una antena de cuadro típica de recepción en aparatos (equipos, cadenas,...) de audio, ver Figura 2.13. La antena se conecta, adaptada, a una impedancia de entrada al equipo de audio de 50 Ω . La antena es un conjunto de 8 vueltas de hilo conductor con forma de espira cuadrangular, como la representada en la Figura 2.14, de lado $l = 10$ cm y recorrida por una corriente de amplitud I . Su ganancia tiene valor máximo 1.5 en unidades naturales. Compruebe que el valor de tensión correspondiente a esta potencia está por encima de un valor típico de sensibilidad de 10 dB μ V y es menor que un valor máximo permitido de 90 dB μ V.
- Indique, para la situación en el apartado anterior, cómo orientaría la antena receptora de la Figura 2.14 en relación a la antena transmisora de la Figura 2.15 para obtener la máxima ganancia. ¿Apuntaría el eje z hacia la antena transmisora? Razone su respuesta.

Solución.

- La longitud de onda es muy grande, para 1 MHz es de 300 metros (la Giralda mide 98 m). De forma que tamaños de antenas comparables a la longitud de onda serían enormes. Además se busca una antena omnidireccional, pues se trata de un problema de radiodifusión. Aparte, no es necesario montar una antena de AM en alto, puesto que

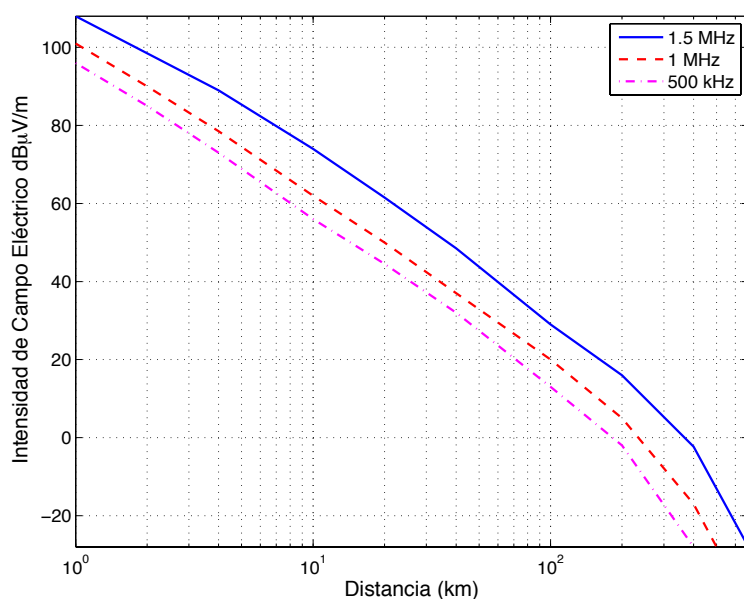


Figura 2.12 Propagación en onda de superficie: Campo recibido, E_c , en función de la distancia para 1 kW de P_{RAVC} .



Figura 2.13 Fotografía de antena de cuadro, típica de un receptor de AM.

su modo de propagación es por onda de superficie, que no está afectada severamente de obstáculos ni similares. Por lo que utilizar dipolos no tiene sentido. Por estos motivos todas las antenas quedan descartadas a excepción del monopolo corto o el monopolo $\lambda/4$ (75 metros).

Si comparamos estas antenas con las de FM donde las dimensiones se reducen en 100 y la propagación es por onda troposférica, vemos que en FM las antenas tienen que estar en alto. Y por ello el dipolo $\lambda/2$, es una buena antena para FM. Así, a veces se utiliza -con el aislamiento apropiado- el mismo poste que sostiene la antena de FM o

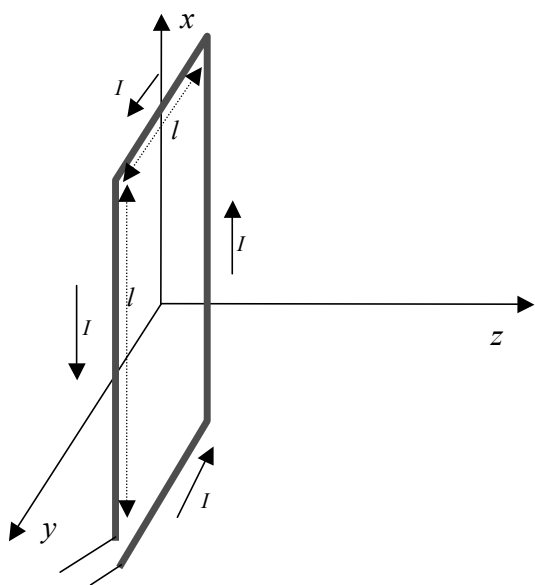


Figura 2.14 Esquema de la antena de cuadro, con descripción de intensidades y longitudes.

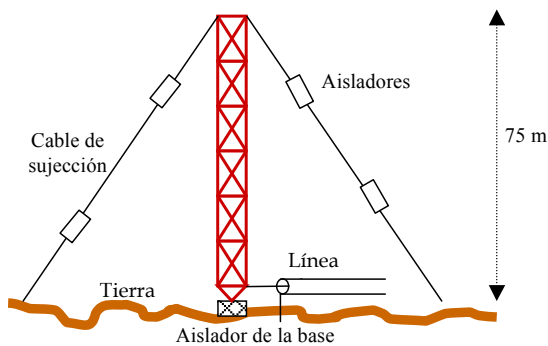


Figura 2.15 Esquema de la antena transmisora.

de radioenlaces como elemento radiante de AM.

El campo recibido viene dado por el valor de campo E_c en la Figura 2.12 más la diferencia entre la *PRAVC* real menos la utilizada para generar la figura, 1 kW ó 0 dBk. La *PRAVC* es la suma de la potencia entregada más la ganancia de la antena respecto a la antena vertical corta, que es 3, en dB 4.77 dBi. Esto es, la potencia entregada más

la ganancia de la antena en dBi menos 4.77 dBi,

$$\begin{aligned} E(\text{dB}\mu\text{V/m}) &= E_c(\text{dB}\mu\text{V/m}) + \text{PRAVC}(\text{dBk}) - \text{PRAVC}_c(\text{dBk}) \\ &= E_c(\text{dB}\mu\text{V/m}) + P'_t(\text{dBk}) + G_t(\text{dBi}) - G_{\text{ant.ver.cort}}(\text{dBi}) \\ &\quad - \text{PRAVC}_{t,c}(\text{dBk}), \end{aligned} \quad (2.80)$$

donde PRAVC es la PRAVC transmitida y E_c es el campo recibido, en la Figura 2.12, para una potencia transmitida $\text{PRAVC}_c = 0$ dBk.

Sustituimos valores, en la figura proporcionada la PRAVC es de 1kW, ó 0 dBk, y como $G_{\text{AVC}} = 4.77$ dBi,

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = E_c(\text{dB}\mu\text{V/m}) + P'_t(\text{dBk}) + G_t(\text{dBi}) - 4.77 \quad (2.81)$$

Para lo segundo que nos piden, la relación entre potencia y campo recibidos, recurrimos a la expresión

$$P'_r(\text{dBm}) = E(\text{dB}\mu\text{V/m}) - 20 \log f(\text{MHz}) + G_r(\text{dBi}) - 77.2 \quad (2.82)$$

y sustituimos la anterior, para relacionar la potencia recibida con la potencia transmitida, obteniendo

$$\begin{aligned} P'_r(\text{dBm}) &= E_c(\text{dB}\mu\text{V/m}) + P'_t(\text{dBk}) + G_t(\text{dBi}) \\ &\quad - 20 \log f(\text{MHz}) + G_r(\text{dBi}) - 81.97(\text{dB}). \end{aligned} \quad (2.83)$$

Si se expresa la potencia transmitida en dBW hay que restar 30 dB,

$$\begin{aligned} P'_r(\text{dBm}) &= E_c(\text{dB}\mu\text{V/m}) + P'_t(\text{dBW}) + G_t(\text{dBi}) \\ &\quad - 20 \log f(\text{MHz}) + G_r(\text{dBi}) - 111.97(\text{dB}). \end{aligned} \quad (2.84)$$

b) Queda

$$\begin{aligned} P'_r(\text{dBm}) &= 18(\text{dB}\mu\text{V/m}) + 40(\text{dBW}) + 5.15(\text{dBi}) \\ &\quad - 20 \log 1(\text{MHz}) + 1.76(\text{dBi}) - 111.97(\text{dB}), \end{aligned} \quad (2.85)$$

donde el valor 18 se ha obtenido de la Figura 2.12 para $d = 100$ km y $f = 1$ MHz (centro de la banda, se podría tomar también el peor caso $f = 1.605$ MHz), los 10 kW son 40 dBW, los 5.15 dBi corresponden a una antena monopolo $\lambda/4$ sobre el suelo, y la ganancia máxima de la antena de cuadro considerada es 1.76 dBi.

Finalmente

$$P'_r(\text{dBm}) = -46 \text{ dBm}. \quad (2.86)$$

La relación entre la tensión y la potencia en un punto depende de la resistencia donde se aplique la tensión, en este caso 50Ω : $P(\text{dBm}) = V(\text{dB}\mu) - 10 \log 50 - 90$. Así, para

10 dB μ V, la potencia asociada es de -97 dBm, y para 90 dB μ V de -17 dBm. Con lo que está dentro del rango válido. Se puede calcular igualmente que los -46 dBm corresponden a 61 dB μ V, que está dentro del rango.

Nota: el lector puede sentirse tentado de utilizar Friis y las pérdidas en espacio libre. Ya sea directamente o a través de alguna expresión que relacione campo y potencia transmitida. El error es grave y de concepto, pues la propagación por onda de superficie no es igual a la del espacio libre. Y en todo caso hay que saber que la Figura 2.12, al igual que en otras recomendaciones como la ITU.R-P.1546, es precisamente una forma de describir las pérdidas.

- c) La antena, para una espira, es el equivalente de 4 antenas dipolos cortos centradas en los centros de los cuatro lados, alineadas según esos lados y con intensidad la indicada en la Figura 2.14. El campo resultante se puede estudiar como la suma del campo producido para cada par de lados opuestos. Como lados opuestos tienen intensidades opuestas y la distancia al eje z es la misma, el campo en un punto del eje z sería cero. El campo es máximo en el plano x, y . De forma que habría que apuntar el eje z perpendicular al plano que contiene la antena transmisora. En esta situación el desfase entre la tensión inducida en lados opuestos sería mínimo y tendríamos la máxima tensión resultante.

También se puede razonar lo siguiente. Se sabe, desde lecciones muy tempranas de campos em que una espira funciona con máximo rendimiento cuando la atraviesa un máximo flujo de campo magnético. El dipolo o monopolo en posición vertical tienen un campo magnético de dirección $\hat{\phi}$, en coordenadas esféricas, por lo que el vector superficie de la espira debe ser paralelo a este vector.

3 Ruido e Intermodulación

En todos los problemas de este capítulo, se propone calcular la relación señal a ruido o cualquiera de sus variantes. Alternativamente, se propone comprobar si la potencia recibida está por encima de la necesaria, o umbral. Donde este umbral se calcula, generalmente¹, a partir de la condición de relación señal a ruido. También, en muchos de los problemas propuestos se pide calcular la relación potencia de señal útil a potencia de intermodulación (de tercer orden). Y en algunos, la relación señal útil a la suma de ruido más distorsión. En todos los problemas se asume, en general, que hay adaptación de impedancias.

3.1 Introducción

En el Problema P. 3.1 se presenta un sencillo cálculo de ruido e intermodulación. El Problema P. 3.2, plantea un problema de cálculo de ruido en el que hay que calcular la temperatura de antena a partir de los datos de ruido galáctico y la atmósfera. En el Problema P. 3.3 hay que calcular la sensibilidad de un sistema digital, y además se relaciona ésta con la potencia transmitida. El Problema P. 3.4, de un sistema difusión de audio digital ó radio digital -*digital audio broadcasting* - (DAB), introduce varias novedades: se pide trabajar con potencia y tensión, y al calcular la intermodulación con dos tonos a la entrada éstos no alcanzan la entrada de todos los bloques, no generando intermodulación en todos ellos. En el Problema P. 3.5 se requiere el diseño del filtro de frecuencia intermedia (FI). El Problema P. 3.6 no introduce novedad alguna, reforzando conceptos anteriores. En el Problema P. 3.7 se analiza de forma conjunta el ruido y la distorsión, calculándose la relación señal a ruido más intermodulación -*signal to noise and distortion ratio* (SINAD)- (SINR) y evidenciando qué efecto predomina para valores bajos y altos de potencia recibida. El Problema P. 3.8 incide sobre la idea de que el ruido introducido por el transmisor es despreciable (no se hacen cálculos de ruido en el transmisor). El Problema P. 3.9 presenta un sistema que trabaja con niveles muy bajos y altos de potencia, analizando el ruido y la

¹ A veces este umbral viene dado por un nivel mínimo requerido por el sistema, no siendo el ruido el factor que limita el funcionamiento del mismo. En este caso se dice que el sistema está limitado por potencia, y no por ruido.

intermodulación en el mismo. En el Problema P. 3.10 se relaciona la sensibilidad con la potencia transmitida para dar cobertura zonal, usando la recomendación ITU.R-P.1546. Y en el Problema P. 3.11, se incluyen hojas de características de equipos reales. Aunque pertenece a otro capítulo, el Problema P. 4.8 es un problema bastante completo que se aconseja realizar al terminar este capítulo.

Los conceptos necesarios para resolver los problemas planteados se pueden consultar en [9], excepto los relacionados con el cálculo de propagación, para los que se puede recurrir a [6]. A continuación se incluye una descripción de los cálculos más relevantes utilizados en estos problemas, utilizando la notación introducida al comienzo del texto.

3.2 Ruido y sensibilidad

3.2.1 Temperatura y figura de ruido

En este texto, ver comienzo del mismo, se denota por f_r y T_r la figura y la temperatura equivalente de ruido, respectivamente, del receptor, formado éste por los elementos que van desde el conector de antena a la entrada al demodulador. Por otro lado, f_a y T_a se utilizan para denotar la figura y la temperatura equivalente de ruido de la antena. Y f_s y T_s denotan la figura de ruido y la temperatura equivalente del sistema completo, antena más receptor. Aquí las figuras de ruido están en unidades naturales, y las denotamos por ello en minúsculas. La misma notación para las figuras de ruido en mayúsculas se utilizará para denotar dB.

La relación entre estas magnitudes viene dada por las siguientes expresiones. La temperatura de ruido del sistema viene dada por

$$T_s = T_a + T_r. \quad (3.1)$$

Calculamos también la figura de ruido del sistema, $f_s = T_s/T_0$, donde T_0 es la temperatura ambiente (290 K). Esta viene dada en términos de la figura de ruido de antena y receptor por la siguiente expresión, en unidades naturales,

$$f_s = f_a + f_r - 1. \quad (3.2)$$

Por otro lado, $T_a = T_0 f_a$, y, $T_r = T_0 (f_r - 1)$. Otro resultado conocido es que la figura de ruido de una red pasiva a temperatura ambiente es el valor de sus pérdidas.

Si el receptor está formado por varios bloques en cadena, la figura de ruido equivalente es

$$f_r = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \frac{f_4 - 1}{g_1 g_2 g_3} + \dots \quad (3.3)$$

donde g_i es la ganancia del bloque i y f_i su figura de ruido, y el primer bloque es el bloque 1, seguido del 2, del 3,...

El ruido a la salida del sistema se puede escribir en función de estos valores como

$$n = k T_s B g = k T_0 f_s B g, \quad (3.4)$$

donde B es el ancho de banda equivalente de ruido y g es la ganancia desde la conexión de antena hasta la salida del sistema. Es habitual trabajar con este ruido referido en otro punto, como en el conector de antena. Así, por ejemplo, se dice que el ruido del sistema referido al punto conector de antena, punto R en la Figura 1.1, es

$$n|_R = kT_s B = kT_0 f_s B. \quad (3.5)$$

3.2.2 Sensibilidad

En radiocomunicaciones digitales es habitual utilizar [6]

$$\frac{c}{n} = \frac{e_b/T_b}{n_0 \cdot B} = \frac{e_b \cdot R_b}{n_0 \cdot B}, \quad (3.6)$$

donde c es la potencia de portadora en u.n., B es el ancho de banda equivalente de ruido y $R_b = 1/T_b$ es el régimen binario.

Por otro lado se define $w = e_b/n_0$ como la relación señal a ruido normalizada

$$w = \frac{e_b}{n_0} = \frac{p'_r g_T T_b}{kT_0 f_s g_T} = \frac{p'_r}{kT_0 f_s R_b}, \quad (3.7)$$

donde f_s es la figura (o factor) de ruido del sistema en u.n. y g_T es la ganancia de todos los bloques entre antena receptora y la entrada al demodulador, donde se mide la w .

Se puede despejar esta expresión para obtener, $c = p'_r = w kT_0 f_s R_b$. Si se exige una relación señal a ruido normalizada mínima, w_{min} , la potencia recibida es la umbral o sensibilidad, supuesto que el sistema está limitado por ruido y no por potencia. En este caso se despeja $t_h = w_{min} kT_0 f_s R_b$, y en dB queda

$$T_h(\text{dBm}) = W_{min}(\text{dB}) + F_s(\text{dB}) + 10 \log R_b(\text{bits/s}) - 174(\text{dBm/Hz}), \quad (3.8)$$

donde al estar -174 expresado en dBm/Hz, la potencia resultante también lo está. Nótese que bits/s tiene dimensión de hercio, dado que R_b es el inverso del tiempo de bit, y que W y F_s son adimensionales. Esta expresión es muy útil, al proporcionar la potencia necesaria para, dado un determinado nivel de ruido y un régimen binario, alcanzar un W objetivo. El W está íntimamente relacionado con la tasa de error de bit -*bit error rate*- (BER) alcanzada.

La expresión anterior está dada para sistemas digitales, para sistemas analógicos se llega a una expresión parecida a partir de la relación señal a ruido (SNR),

$$T_h(\text{dBm}) = SNR_{min}(\text{dB}) + F_s(\text{dB}) + 10 \log B(\text{Hz}) - 174(\text{dBm/Hz}). \quad (3.9)$$

3.3 No linealidad

Si la sensibilidad nos impone un mínimo a la potencia mínima recibida, el cálculo de la distorsión por no linealidad permite determinar la potencia máxima que el receptor, o transmisor, puede manejar. La distorsión por no linealidad de un dispositivo se mide de diferentes formas. Una de las más utilizadas es calcular la relación esperada entre la

potencia útil a la salida, P_o , y la potencia de intermodulación de tercer orden, I_3 . Esta relación, una diferencia si se escribe en decibelios, se denota por relación de protección frente a intermodulación de tercer orden, $RP = P_o - I_3$.

Para calcular este valor se suele proporcionar una característica propia de la no linealidad del dispositivo, el punto de intercepto o intercepción de intermodulación de tercer orden, IP_3 . Este último se puede dar a la entrada o a la salida. En este texto se trabajará siempre a la salida. Con el punto de intercepto se puede calcular el nivel de distorsión por intermodulación de tercer orden, y con éste, la relación de protección. La potencia de salida, la potencia de intermodulación, y el punto de intercepto están relacionados por la siguiente expresión en dB:

$$I_3 = 3P_o - 2IP_3^o. \quad (3.10)$$

Cuando son varios bloques los que forman un dispositivo o receptor, se puede calcular el punto de intercepto equivalente, pudiendo trabajar posteriormente como si se tratase de un solo bloque. Si tenemos n bloques, el punto de intercepto equivalente es

$$ip_3 = 1 / (1/(g_2 g_3 \dots g_n \cdot ip_{3,1}) + 1/(g_3 \dots g_n \cdot ip_{3,2}) + \dots + 1/ip_{3,n}), \quad (3.11)$$

donde $ip_{3,i}$ es el punto de intercepto de tercer orden del bloque i en unidades naturales y g_i es la ganancia del bloque i .

La potencia de intermodulación de tercer orden se puede medir introduciendo dos tonos a la entrada de un sistema y analizando la potencia a la salida. Si se introducen dos tonos, uno a f_1 y otro a f_2 , aparecerían productos de intermodulación a $2f_2 - f_1$ y a $2f_1 - f_2$, con potencia I_3 . En el proceso hay que determinar con cuidado si los tonos y/o la intermodulación aparecen o no a la salida, sobre todo si hay varios bloques con diferentes anchos de banda, como en un receptor superheterodino. Por ejemplo, pueden causar intermodulación al atravesar los primeros bloques y no pasar en los siguientes.

Una vez calculada la potencia de intermodulación la relación de protección se calcula restando estas cantidades en dB:

$$RP = P_o - I_3. \quad (3.12)$$

P. 3.1 Ruido e intermodulación en receptor superheterodino

Se tiene un receptor basado en el diagrama de bloques mostrado en la Figura 3.1. Se pide calcular:

- La sensibilidad que asegura se cumple la especificación de $SNR = 45\text{dB}$.
- La potencia de tercer orden a la entrada del demodulador cuando se introducen dos tonos de -50 dBm separados 5 y 10 kHz de la frecuencia central.

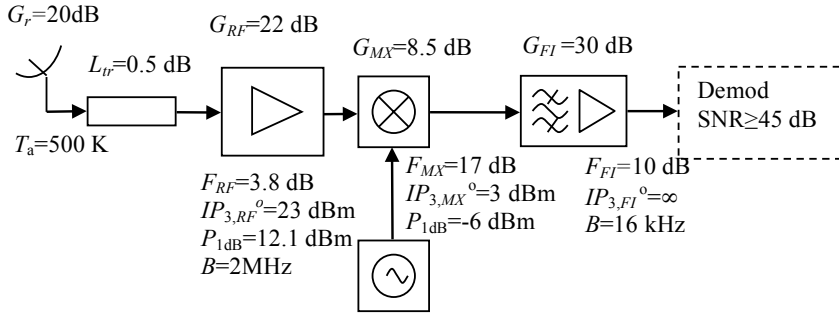


Figura 3.1 Esquema de receptor superheterodino y valores de los parámetros de sus dispositivos.

Solución.

- a) Para calcular el ruido y así calcular la sensibilidad, utilizando la SNR mínima admisible, hay que calcular la figura de ruido equivalente del sistema, y antes la figura de ruido del receptor. Esta última viene dada por

$$f_r = l_{tr}(f_{RF} + (f_{MX} - 1)/g_{RF} + (f_{FI} - 1)/(g_{RF}g_{MX})) = 3.04 \quad (3.13)$$

donde se ha utilizado minúsculas para denotar que las magnitudes están en unidades naturales (ver notación). La figura de ruido del sistema

$$f_s = f_a + f_r - 1, \quad (3.14)$$

donde

$$f_a = T_a/T_o = 1.72. \quad (3.15)$$

Se tiene como dato $T_a = 500\text{ K}$. Una vez calculados los valores anteriores, queda

$$F_s = 10 \log(f_s) = 5.76\text{ dB}. \quad (3.16)$$

Como el ancho de banda más restrictivo, el último, es $B = 16 \cdot 10^3$, el ruido total, referido a la entrada, se calcula como

$$N = -174\text{ dBm/Hz} + F_s + 10 \log(16 \cdot 10^3) = -126.19\text{ dBm}. \quad (3.17)$$

Y la sensibilidad, potencia mínima a la entrada,

$$\begin{aligned} P_r|_i &= SNR + N = SNR + 10 \log(B) + F_s - 174 \\ &= 45 - 126.19 = -81.19\text{ dBm}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

- b) Esto es una prueba típica de dos tonos, en las que los tonos siempre están dentro

del ancho de banda, hasta su salida, creando intermodulación en todos los bloques. Calculamos el punto de intercepto y luego a partir de la potencia de salida, la potencia de intermodulación de tercer orden. Ambas, la potencia de intermodulación y el punto de intercepto están dados a la salida.

$$ip_3 = 1/(1/(g_{MX}g_{FI}ip_{3,RF}) + 1/(g_{FI}ip_{3,MX})), \quad (3.19)$$

donde ip_3 indica punto de intercepto de tercer orden a la salida y en unidades naturales. En decibelios,

$$IP_3 = 10 \log(ip_3) = 32.99 \text{ dBm}. \quad (3.20)$$

La potencia de entrada es dato, la del tono de entrada, $P_i = -50 \text{ dBm}$, y la ganancia total, G_T , desde la entrada a la salida,

$$G_T = -L_{tr} + G_{RF} + G_{MX} + G_{FI} = 60 \text{ dB}. \quad (3.21)$$

La potencia de salida queda $P_o = P_i + G_T = 10 \text{ dBm}$. Y la potencia de intermodulación,

$$I_3 = 3P_o - 2IP_3 = -35.98 \text{ dBm}. \quad (3.22)$$

P. 3.2 Ruido y rendimiento de antena

La estación terrena de un sistema de comunicaciones por satélite recibe en la frecuencia central de la banda C (6 GHz) y utiliza un receptor basado en el diagrama de bloques mostrado en la Figura 3.2, en el que la antena es de tipo parabólico. La temperatura de antena es aproximadamente $T_a = 45 \text{ K}$, las pérdidas en los cables de alimentación $L_{tr} = 0.3 \text{ dB}$, el amplificador de RF es un LNA con ganancia de 30 dB y temperatura equivalente de 35 K. Se conoce además que el mezclador presenta una temperatura equivalente de 400 K y unas pérdidas de 10 dB, y que el amplificador de frecuencia intermedia se caracteriza por una ganancia de 50 dB y temperatura equivalente de ruido de 900 K. El requisito para que el ruido no inutilice el sistema es que se cumpla la relación² $G/T \geq 22.7 + 20 \log(f(\text{GHz})/4) \text{ dB/K}$. La temperatura de referencia es $T_0 = 290 \text{ K}$. Se pide

- Determinar la temperatura equivalente del sistema.
- Calcular el mínimo diámetro necesario de la antena, suponiendo un rendimiento de antena del 68 %. Incluya 3 dB de margen.
- Si la sensibilidad del demodulador (salida de etapa FI) es -70 dBm , ¿qué potencia de señal se necesita a la entrada de la antena (punto P en la Figura 3.2)?
- Calcular la temperatura equivalente de ruido de la antena T_a si el ruido que proporciona ésta al sistema se modela como el producido por una impedancia con temperatura equivalente de ruido $T_c = 20 \text{ K}$ (ruido galáctico), seguida de la atmósfera modelada

²En comunicaciones por satélite el cociente $G/T = G(\text{dB}) - 10 \log(T(\text{K}))$.

como un cuadripolo pasivo adaptado a temperatura $T_{atm} = 250$ K y atenuación $L_{atm} = 0.4$ dB.

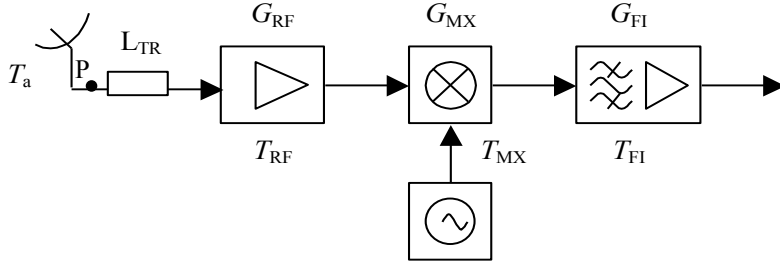


Figura 3.2 Esquema de receptor.

Solución.

- a) Calculamos primero las temperaturas equivalentes de ruido de todos los bloques,

$$\begin{aligned} L_{tr} &= 0.3 \text{ dB}; l_{tr} = 10^{L_{tr}/10}; T_{tr} = T_0 \cdot (l_{tr} - 1) = 20.74 \text{ K}, \\ T_{RF} &= 35 \text{ K}; G_{RF} = 35 \text{ dB}; g_{RF} = 10^{G_{RF}/10}, \\ T_{MX} &= 400 \text{ K}; G_{MX} = -10 \text{ dB}; g_{MX} = 10^{G_{MX}/10}, \\ T_{FI} &= 900 \text{ K}; G_{FI} = 50 \text{ dB}; g_{FI} = 10^{G_{FI}/10}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Para luego calcular la temperatura equivalente del conjunto en serie,

$$\begin{aligned} T_r &= T_{tr} + T_{RF} \cdot l_{TR} + T_{MX} \cdot l_{tr}/g_{rf} + T_{FI} \cdot l_{tr}/(g_{RF} \cdot g_{MX}) = 68.31 \text{ K}, \\ T_s &= T_a + T_r = 45 + 68.31 = 113.32 \text{ K}, \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde T_a es un dato.

- b) En primer lugar a partir de la expresión que nos suministran en el enunciado despejamos la expresión de la ganancia de la antena parabólica

$$\begin{aligned} G/T &\geq 22.7 + 20 \log(f \text{ GHz}/4) \text{ dB/K} + M \Rightarrow \\ G &= 22.7 + 20 \log(6/4) + 3 + 10 \log(T_s) = 49.76 \text{ dB}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

donde se han incluido $M = 3$ dB de margen. A partir de la expresión de la ganancia de la antena parabólica despejamos el diámetro,

$$g = \eta \cdot (\pi \cdot D/\lambda)^2 \Rightarrow D = \sqrt{g/\eta} \cdot \lambda/\pi = 5.94 \text{ m}, \quad (3.26)$$

donde

$$\begin{aligned} g &= 10^{G/10}, \\ \lambda &= 3 \cdot 10^8 / (f \cdot 10^9), \\ \eta &= 0.68. \end{aligned} \quad (3.27)$$

c) Lo único que hay que hacer es restar la ganancia de toda la cadena,

$$P_{dr}|_{\min} = -70 - G_{FI} - G_{MX} - G_{RF} + L_{TR} = -139.7 \text{ dBm}. \quad (3.28)$$

d) El problema se reduce a encontrar la temperatura equivalente de un sistema con una antena a T_c y un receptor que es un cuadripolo adaptado de ganancia $-L_{atm}$ a temperatura T_{atm} . Calculamos primero,

$$\begin{aligned} T_{atm} &= 250 \text{ K}, \\ L_{atm} &= 0.4, \\ l_{atm} &= 10^{L_{atm}/10}, \\ T_c &= 20 \text{ K}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

para luego determinar este valor usando la expresión de la temperatura equivalente de un cuadripolo pasivo a una temperatura determinada, en este caso la de la atmósfera, que tiene a su entrada una impedancia a T_c

$$T_a = \frac{T_c}{l_{atm}} + \frac{(l_{atm} - 1)}{l_{atm}} \cdot T_{atm} = 40.24 \text{ K}, \quad (3.30)$$

que es similar al valor aportado como dato en el enunciado. Nótese que aquí no se pide la temperatura equivalente a la entrada sino a la salida (por eso se divide todo por l_{atm}), que es donde está la antena.

P. 3.3 Sistema Digital

Se transmiten 480 canales telefónicos mediante una señal PCM a 34.368 Mbps. La transmisión se realiza codificando el tren de bits resultante, y modulando una portadora en 7.5 GHz. La distancia es de 5 km. El transmisor está compuesto fundamentalmente por tres módulos, cuyas características son:

- Modulador QPSK con pulso rectangular, directamente en SHF
- Amplificador de potencia
 - Potencia de salida 20 dBm
- Filtro de salida ajustado al lóbulo principal
 - Pérdidas 1.2 dB

El canal radioeléctrico tienen las siguientes características,

- Antenas
 - Ganancia 15 dBi
 - Temperatura de ruido 500 K
- Pérdidas de propagación
 - Asuma propagación en espacio libre

El receptor está constituido por los siguientes bloques

- Filtro de entrada
 - Pérdidas 1.5 dB
- Un amplificador de bajo ruido -*low noise amplifier*- (LNA)
 - Ganancia 25 dB
 - Factor de ruido 3.5 dB
- Demodulador QPSK en SHF

La Figura 3.3 muestra la E_b/N_0 necesaria a la entrada del demodulador para obtener distintas tasas de error de bit.

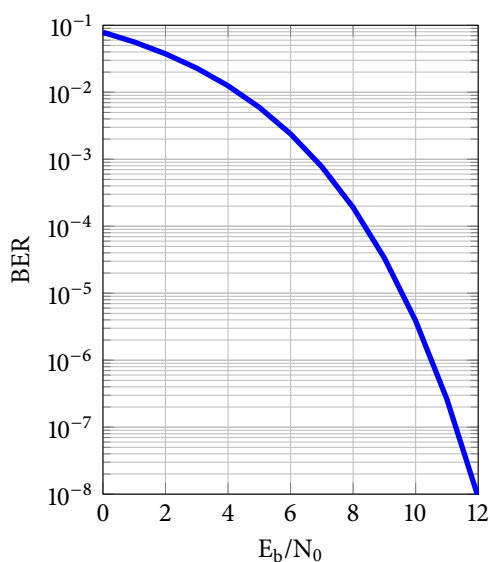


Figura 3.3 BER del demodulador QPSK.

Se pide

- a) Si el filtro transmisor debe tener un ancho de banda igual a $2B_l + 2$ MHz, donde B_l es la anchura de banda de transmisión en banda base de la modulación, calcular el ancho de banda del filtro de salida del transmisor.

- b) Calcular, atendiendo únicamente a la potencia transmitida, la máxima tasa de transmisión compatible con una BER 10^{-6} . Refiera sus cálculos a la entrada del receptor.
- c) Contestar a la siguiente pregunta. ¿Habría interferencia entre símbolos -*inter-symbol interference* - (ISI) en el sistema? Si la hubiere, diseñe la solución oportuna manteniendo los resultados anteriores.

Solución.

- a) Si el filtro transmisor debe tener un ancho de banda igual a $2B_l + 2$ MHz, necesitamos calcular primero B_l . Para ello, y asumiendo un pulso rectangular y que el receptor se queda con el lóbulo principal, eliminando las demás componentes, $B_l = 1/T_s$, donde T_s es el tiempo de símbolo.

Para calcular T_s , primero hay que calcular el tiempo de bit. Como $R_b = 34.368$ Mbps entonces $T_b = 1/R_b$. Luego necesitamos saber el número de puntos de la constelación, para calcular el tiempo de símbolo. Como es una modulación cuaternaria el número de puntos de la constelación es $M = 4$ y $T_s = \log_2(M) \cdot T_b$. Queda $B_l = 1/T_s = 17.18$ MHz. De forma que el ancho de banda paso de banda queda

$$B = 2B_l + 2 \text{ MHz} = 36.368 \text{ MHz.} \quad (3.31)$$

- b) A partir de la potencia que llega al receptor y de la E_b/N_0 mínima permitida despejamos el régimen binario máximo posible.

La potencia que llega es la transmitida menos las pérdidas del medio. Hay que aplicar Friis,

$$P_{dr} = PIRE - L_b + G = -75.12 \text{ dBm} \quad (3.32)$$

donde

$$\begin{aligned} PIRE &= P_t + G_t = P_{et} - L_{tt} + G_t = 20 - 1.2 + G_t = 20 - 1.2 + 15 = 33.8 \text{ dBm} \\ L_b &= 20 \log(4\pi d/\lambda) = 123.9 \text{ dB} \end{aligned} \quad (3.33)$$

$$\text{y } d = 5 \cdot 10^3 \text{ m, } f = 7.5 \cdot 10^9 \text{ Hz, } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s, } \lambda = c/f.$$

Calculamos ahora el ruido, y para ello la figura de ruido a la entrada del receptor. La expresión de la figura de ruido del sistema en unidades naturales viene dada por $f_s = f_a + f_r - 1$, donde $f_a = T_a/T_0$ es la figura de ruido de antena y f_r la del receptor. Este último está compuesto por un bloque pasivo de RF seguido de un amplificador de bajo ruido. En este caso la figura de ruido equivalente es la suma, en dB, o el producto en u.n., de las figuras de ruidos de los bloques. La figura de ruido del primero son sus pérdidas, al ser una red pasiva. La figura de ruido del LNA es dato,

$$L_{tr} = 1.5 \text{ dB, } F_{lna} = 3.5 \text{ dB.} \quad (3.34)$$

Con todo, la figura de ruido del sistema queda, con $f_r = l_{tr} f_{l_{na}}$,

$$f_s = T_a/T_0 + l_{tr} f_{l_{na}} - 1 = 3.88 \rightarrow F_s = 5.89 \text{ dB.} \quad (3.35)$$

Como F_s está referido en el mismo punto que P_r , el conector de antena en el receptor (ver Figura 1.1), podemos imponer que la sensibilidad sea igual a la potencia recibida y despejar el régimen binario utilizando la siguiente expresión,

$$P_r = E_b/N_0 \text{ dB} + F_s \text{ dB} + 10 \log(R_b(\text{bps})) - 174 \text{ dBm/Hz} = -75.12 \text{ dBm}, \quad (3.36)$$

y de la figura, $E_b/N_0 = 11 \text{ dB}$ para $BER = 10^{-6}$, queda

$$10 \log(R_b) = P_r - E_b/N_0 - F_s + 174 \Rightarrow R_b|_{max} = 10^{(R_b/10)} = 158 \text{ Mbps.} \quad (3.37)$$

- c) Hay ISI por el siguiente motivo. Se utiliza un pulso rectangular, de forma que la transformada de este pulso tiene componentes espectrales en todas las frecuencias, y su densidad espectral de potencia ocupa todo el espectro. La mayor parte de la potencia se concentra en el lóbulo principal de la densidad espectral de potencia. En este problema se detecta la señal con sólo este lóbulo, y el efecto es el de haber pasado la señal recibida por un filtro paso de baja de este ancho. Al suprimir los demás lóbulos el pulso rectangular deja de serlo para pasar a ser una forma “acampanada”, con colas que afectan a símbolos posteriores y anteriores. A efectos prácticos, esto se traduce en que se recibe un tren de pulsos que duran cada uno más de T_s segundos y en este caso no cumplen la condición de Nyquist, generando ISI.

Una solución usual es utilizar un pulso de raíz de coseno alzado. Estos pulsos duran más de T_s , pero cumplen la condición de Nyquist. Quedaría diseñar el pulso, proporcionando el parámetro α de caída o roll-off, sabiendo que el ancho de banda equivalente paso de bajo para este pulso sería $(1 + \alpha)/(2T_s)$.

P. 3.4 DAB

Considere un diseño preliminar de un receptor de DAB (195-223 MHz) basado en un esquema superheterodino con cuatro secciones: antena, etapa de RF, mezclador y etapa de frecuencia intermedia. Los datos de cada sección se incluyen en la Figura 3.4. Se conoce además que:

- La impedancia de entrada y salida de todos los elementos es de 50Ω
- En el modo DAB utilizado se transmiten 1536 bits cada $623 \mu\text{s}$.
- La modulación es DQPSK. En esta modulación se necesita una relación energía de bit a densidad espectral de ruido de 11 dB para una $BER < 10^{-4}$.
- Esta $BER < 10^{-4}$ es la necesaria para la correcta decodificación de la señal transmitida.

- a) Determine la temperatura y la figura de ruido del sistema.

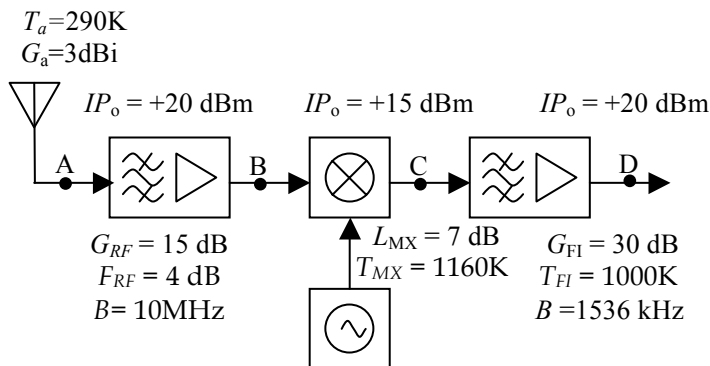


Figura 3.4 Esquema del receptor.

- b) Calcule la sensibilidad a la entrada del receptor, punto A. Calcule el valor en dBm y en dBμV.
- c) Escriba la sensibilidad en términos de campo eléctrico (campo eléctrico necesario en las inmediaciones de la antena receptora).
- d) Se considera que puede haber señales en canales adyacentes de hasta 50 dB por encima de la señal de interés, cuando esta tiene un valor igual al de la sensibilidad. Y un valor de sensibilidad de -95 dBm. Si aparecen a la entrada dos tonos de igual potencia y valor (-95 + 50 dBm), uno en el canal inmediato superior ($f_c + 1536$ kHz) y otro en el canal siguiente ($f_c + (2 \cdot 1536)$ kHz) y la potencia de señal en el canal de interés (f_c kHz) es la de la sensibilidad -95 dBm, calcule la relación a la salida entre la potencia útil y la intermodulación producida por estos tonos (únicamente por estos tonos).

Solución.

- a) La temperatura equivalente de ruido de un sistema receptor se calcula utilizando la expresión, $T_s = T_a + T_r$, que es la suma de la temperatura de ruido de la antena y del receptor. A su vez, y dado que hay tres cuadripolos en serie, la temperatura de ruido del receptor es

$$T_r = T_{RF} + \frac{T_{MX}}{g_{RF}} + \frac{T_{FI}}{g_{RF}g_{MX}}, \quad (3.38)$$

donde las ganancias están en unidades naturales y las temperaturas son conocidas a excepción de la temperatura del bloque de radiofrecuencia. Ésta se calcula a partir de la figura de ruido del bloque, 4 dB, como

$$T_{RF} = T_0(f_{RF} - 1), \quad (3.39)$$

donde la figura de ruido está en unidades naturales y T_0 es la temperatura ambiente.

Realizando los cálculos:

$$T_{RF} = 438 \text{ K}, \quad (3.40)$$

$$T_r = T_{RF} + \frac{T_{MX}}{g_{RF}} + \frac{T_{FI}}{g_{RF}g_{MX}} = 633 \text{ K}, \quad (3.41)$$

$$T_s = T_a + T_r = 923 \text{ K}. \quad (3.42)$$

Por otro lado, la figura de ruido se puede calcular directamente como

$$f_s = T_s/T_0 = 3.18 \Rightarrow F_s = 5.03 \text{ dB}. \quad (3.43)$$

El problema podría haberse resuelto también resolviendo primero la figura de ruido del sistema y después la temperatura de ruido del mismo. La expresión de la figura de ruido es

$$f_s = f_a + f_r - 1. \quad (3.44)$$

Como $f_a = T_a/T_0 = 1$, queda $f_s = f_a + f_r - 1 = f_r$. Calculamos esta figura de ruido, la equivalente de los tres bloques del receptor,

$$f_r = f_{RF} + \frac{f_{MX} - 1}{g_{RF}} + \frac{f_{FI} - 1}{g_{RF}g_{MX}}. \quad (3.45)$$

Para calcular la temperatura equivalente de ruido del sistema bastaría hacer $T_s = T_0 f_s$.

- b) El cálculo de la sensibilidad no es complicado, si se tienen bien en cuenta una serie de factores. El primero es saber en qué punto se trabaja. Aquí se trabaja a la entrada. Y no hay cable de alimentación entre antena y receptor. Luego, hay que distinguir entre sistema analógico y sistema digital. En el primero se suele exigir una relación señal a ruido: una relación entre potencia de señal y potencia de ruido en el ancho de banda que se pasa al demodulador. En el segundo se exige que se cumpla a la entrada del demodulador una determinada relación energía de bit a densidad espectral de potencia. En nuestro caso se trata de un sistema DAB, digital audio broadcasting. Y la exigencia de calidad es una relación energía de bit a densidad espectral de potencia de 11 dB. Esta relación es

$$w = e_b/n_o = \frac{e_b}{kT_o f_s g} = \frac{p_r g \cdot T_b}{kT_o f_s g} = \frac{p_r}{kT_o f_s R_b} \Rightarrow c|_A = p_r = w \cdot kT_o f_s R_b. \quad (3.46)$$

Donde se ha despejado la potencia de portadora promedio que se recibe en función del producto kT_o , el régimen binario R_b , y la figura de ruido del sistema ya calculada. Este nivel de señal tiene que ser mayor que el umbral dado por la sensibilidad:

$$c|_A \geq \frac{e_b}{n_o} \Big|_{\min} \cdot kT_o f_s R_b. \quad (3.47)$$

En dB,

$$C_A \geq E_b/N_0|_{\min} - 174 \text{ dBm/Hz} + F_s + 10 \log R_b (\text{bps}). \quad (3.48)$$

Aplicamos esta expresión

$$C_A \geq 11 - 174 \text{ dBm/Hz} + 5.03 + 10 \log 2465 \cdot 10^3 = -94.05 \text{ dBm} \quad (3.49)$$

donde

$$R_b = \frac{1536}{623 \cdot 10^{-6}} = 2465 \text{ kbps}. \quad (3.50)$$

En términos de tensión

$$V(\text{dB}\mu\text{V}) = C(\text{dBm}) + 90 + 10 \cdot \log_{10}(R = 50\Omega) = 12.94 \text{ dB}\mu\text{V}. \quad (3.51)$$

- c) Se pide relacionar la potencia detrás de la antena con el campo en las inmediaciones de la misma. Esta relación viene dada por el producto del flujo de potencia por el área efectiva. Sustituyendo primero el valor del flujo de potencia expresado en términos de campo eléctrico eficaz y luego el valor del área eficaz en función de la ganancia de la antena,

$$p_r = \langle P \rangle \cdot A_{ef} = \frac{e^2}{\eta} \cdot A_{ef} = \frac{e^2}{\eta} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r = \frac{e^2}{120\pi} \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r. \quad (3.52)$$

Esta expresión en decibelios queda

$$P_r(\text{dBm}) = E(\text{dB}\mu\text{V/m}) - 20 \log f(\text{MHz}) + G_r - 77.2. \quad (3.53)$$

En este problema se conoce $C = P_r$ y tenemos que calcular el campo eléctrico. Despejamos:

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = P_r(\text{dBm}) + 20 \log f(\text{MHz}) - G_r + 77.2. \quad (3.54)$$

El valor de la frecuencia es el valor de la frecuencia portadora. Tenemos en DAB una serie de canales dentro un ancho de banda (195-223 MHz) que está en la banda III. Podemos tomar el valor central o ser conservadores y tomar el peor caso. El peor caso se da para la máxima frecuencia:

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = -94.05 + 20 \log 223 - 3 + 77.2 = 27.11(\text{dB}\mu\text{V/m}). \quad (3.55)$$

- d) Aquí se está comprobando lo robusto que es el receptor a la presencia de señales fuertes próximas. Se introducen dos tonos, uno en el canal adyacente al de interés y otro en el siguiente. Estos tonos producen intermodulación. La de tercer orden cae justo en la frecuencia de portadora del canal de interés. Y hay que comparar la potencia de señal útil que vendría del canal de interés con esta potencia de intermodulación. Hay que

tener cuidado, porque la potencia de intermodulación no es la generada por la mezcla de frecuencias de la señal de interés. Así que hay que calcular por un lado la potencia a la salida debido a la señal útil. Y por otro la intermodulación debida a estos tonos.

Para calcular la potencia de intermodulación debida a estos tonos, hay que tener en cuenta que pasan por la etapa de RF y por el mezclador, pero en FI se filtran antes de amplificar. Por lo que la intermodulación se produce sólo debido a los dos primeros bloques. Calculamos primero un bloque equivalente a estos dos primeros bloques. El punto de intercepto equivalente, a la salida, es

$$\begin{aligned} \frac{1}{ip_{3,T}^o} &= \frac{1}{g_{MX}ip_{3,RF}^o} + \frac{1}{ip_{3,MX}^o} = \frac{1}{\frac{1}{5.01}100 \text{ mW}} + \frac{1}{31.6 \text{ mW}} \\ &\Rightarrow ip_{3,T}^o = 12.23 \text{ mW} \Rightarrow IP_{3,T}^o = 10.87 \text{ dBm}. \end{aligned} \quad (3.56)$$

La intermodulación debida a los tonos queda:

$$I_3 = 3P_{o,tonos} - 2IP_{3,T}^o = 3(-95 + 50 + 15 - 7) - 2(10.87) = -132.75 \text{ dBm}. \quad (3.57)$$

La potencia de señal útil a la salida es la potencia a la frecuencia del canal de interés:

$$P_{o,\text{útil}} = P_r + G_{RF} - L_{MX} = -95 + 15 - 7 = -87 \text{ dBm}. \quad (3.58)$$

Finalmente

$$P_{o,\text{útil}} - I_{3,tonos} = -87 - (-132.7) = 45.75 \text{ dB}. \quad (3.59)$$

El último bloque se ha obviado, porque no introduce intermodulación debida a los tonos de fuera del canal. Lo único que hace es amplificar la señal útil y la intermodulación por el mismo factor. De forma que la relación entre magnitudes queda igual.

P. 3.5 Ruido y filtrado en FI

Se desea diseñar un receptor en la banda de 450 MHz. El esquema propuesto es el incluido en la Figura 3.5, donde el amplificador de frecuencia intermedia se puede considerar lineal.

Se pide

- Calcular el número de polos del filtro de FI que garantiza una protección respecto del canal adyacente de 70 dB. Suponga una canalización de 25 kHz para transmitir una señal de 16 kHz (ya modulada) y una respuesta de tipo butterworth.
- Calcular la sensibilidad y la máxima potencia admisible, ambas a la entrada y expresadas en dBm, si a la salida debe haber una SNR y una relación señal a intermodulación superiores a 20 dB.

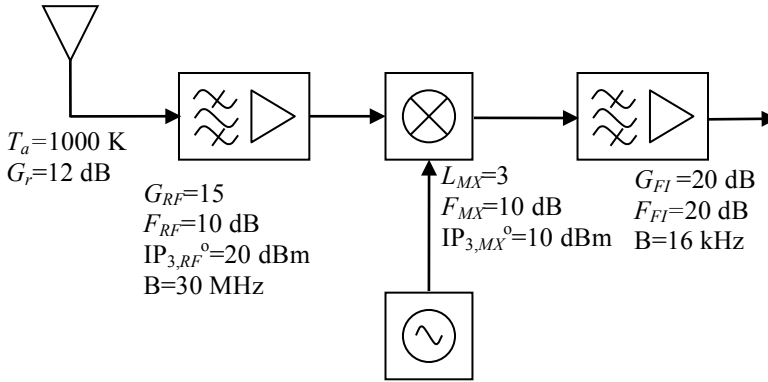


Figura 3.5 Esquema de receptor y valores de los parámetros de sus dispositivos.

Solución.

- a) La atenuación es de $A = 70$ dB, el ancho de banda $B = 16$ kHz. El punto en el que se tiene que cumplir la atenuación es

$$\Delta f = 25 - 16/2 = 17 \text{ kHz.} \quad (3.60)$$

De forma que en un filtro butterworth, el orden necesario es

$$n = \frac{A}{(20 \log(\Delta f / (B/2)))} = 11. \quad (3.61)$$

Nótese que el punto en el que se asegura la atenuación es justo donde empieza la siguiente señal dentro de su canalización. Se podría haber tomado el punto medio entre canalización $\Delta f = 12.5$ kHz.

- b) Para calcular la sensibilidad necesitamos calcular el ruido. La figura de ruido equivalente del receptor es

$$f_r = f_{RF} + (f_{MX} - 1)/g_{RF} + (f_{FI} - 1)/(g_{RF}g_{MX}) = 16.52. \quad (3.62)$$

En decibelios,

$$F_r = 10 \log(f_r) = 12.18 \text{ dB.} \quad (3.63)$$

Si se tiene en cuenta el ruido de antena, tenemos la figura de ruido del sistema,

$$f_s = f_a + f_r - 1 = T_a/T_0 + f_r - 1 \rightarrow F_s = 12.78 \text{ dB,} \quad (3.64)$$

donde $T_a = 1000$ K es dato y $T_0 = 290$ K es la temperatura ambiente. Finalmente, la

sensibilidad, para una SNR (caso analógico) superiores a 20 dB, queda,

$$P_r|_{min} = SNR + F_s + 10 \log(B = 16\text{kHz}) - 174\text{dBm/Hz} = -99.17 \text{ dBm}. \quad (3.65)$$

Respecto a la intermodulación, la relación señal a intermodulación (SIR) tiene que cumplir

$$SIR = P_o - I_3 > 20, \quad (3.66)$$

donde P_o es la potencia útil de salida e I_3 la potencia de intermodulación de tercer orden. Como

$$I_3 = 3P_o - 2IP_3, \quad (3.67)$$

donde IP_3 es el punto de intercepción de tercer orden a la salida, que, para una cadena de bloques, obedece a la expresión

$$ip_3 = 1/(1/(g_{MX}g_{FI}ip_{3,RF}) + 1/(g_{fi}ip_{3,MX}) + 1/(ip_{3,FI})) \rightarrow IP_3 = 29.2 \text{ dBm}, \quad (3.68)$$

donde la etapa de FI se ha considerado lineal ($ip_{3,FI} \approx \infty$), sustituyendo

$$P_o - 3P_o + 2IP_3 > 20, \quad (3.69)$$

y despejando

$$P_o < IP_3 - SIR/2. \quad (3.70)$$

Queda $P_o < 19.21 \text{ dBm}$ y como $P_i = P_o - G_t$, $P_i < -12.79 \text{ dBm}$, donde la ganancia total del receptor es

$$G_t = G_1 + G_2 + G_3 = 32 \text{ dB}. \quad (3.71)$$

P. 3.6 Intermodulación en un walkie-talkie

Según la recomendación CEPT Rec T/R 24-01 para terminales radio con modulación en frecuencia para voz, la relación de protección contra la intermodulación de tercer orden debe ser mayor de 70 dB medida en el punto para el que la potencia de intermodulación está 20 dB por encima de la potencia de ruido a la salida. Se pide

- Verificar si el sistema receptor en la Figura 3.6 cumple con esta especificación si al medir la intermodulación se introducen dos tonos a 3 kHz y 6 kHz de la frecuencia central del canal sintonizado.
- Verificar la relación de protección si los tonos están a 25 y 50 kHz, esto es, tal como indica la norma a 2 y 4 canales del canal de interés.

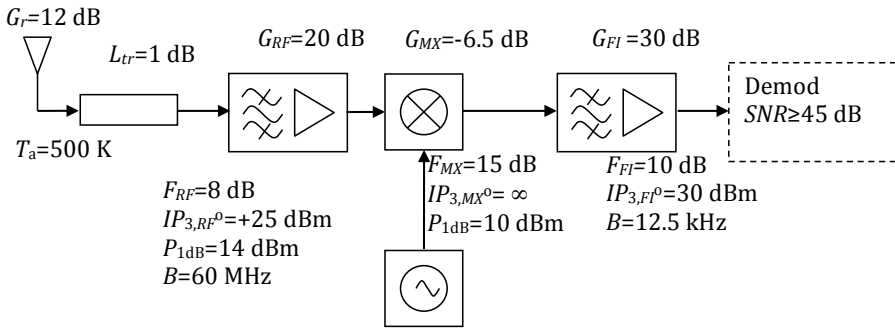


Figura 3.6 Esquema de receptor y valores de los parámetros de sus dispositivos.

Solución.

- a) Básicamente, hay que estimar el ruido, sumarle 20 dB, igualar el resultado a la potencia de intermodulación y comprobar que la intermodulación está 70 dB por debajo de la potencia útil.

Primero calculamos el nivel de ruido a la salida, pues hay que comparar la intermodulación con este nivel. Para calcular el ruido hay que calcular la figura de ruido equivalente del sistema, y antes la figura de ruido del receptor. Esta última viene dada por

$$f_r = l_{tr}(f_{RF} + (f_{mx} - 1)/g_{RF} + (f_{FI} - 1)/(g_{RF}g_{MX})) = 8.83 \quad (3.72)$$

mientras que la del sistema

$$f_s = f_a + f_r - 1 = 9.8 \quad (3.73)$$

donde

$$f_a = T_a/T_0 = 1.72. \quad (3.74)$$

Una vez calculadas, en dB queda,

$$F_s = 10 \log(f_s) = 9.8 \text{ dB}. \quad (3.75)$$

El ruido total se calcula como

$$N_i = -174 + F_s + 10 \log(B = 12.5 \cdot 10^3) = -123.23 \text{ dBm}. \quad (3.76)$$

Este es el ruido total del sistema referido a la entrada del sistema, en la conexión de antena. Para calcularla a la salida sólo hay que sumarle, en dB, la ganancia total,

$$N_o = N_i + G_T = -80.73 \text{ dBm}, \quad (3.77)$$

donde

$$G_T = -L_{tr} + G_{RF} + G_{MX} + G_{FI} = 42.5 \text{ dB.} \quad (3.78)$$

El ruido más 20 dB es la intermodulación para la que comprobar la relación de protección,

$$I_3 = N_o + 20 = -60.73 \text{ dBm.} \quad (3.79)$$

El problema se reduce a calcular la potencia de salida para la que se produce esta potencia de intermodulación. Nótese que los tonos llegan al amplificador de RF, produciendo intermodulación, pero luego vuelven a producir más en el amplificador de FI. Así, la intermodulación es debida a ambos amplificadores. Para relacionar potencia de intermodulación y potencia de salida, hace falta el punto de intermodulación, a la salida, lo calculamos utilizando las relaciones teóricas oportunas,

$$ip_3 = 1/(1/(g_{MX}g_{FI}ip_{3,RF}) + 1/(ip_{3,FI})). \quad (3.80)$$

En decibelios,

$$IP_3 = 10 \log ip_3 = 29.94 \text{ dBm.} \quad (3.81)$$

La potencia de intermodulación, de tercer orden, y la potencia de salida están relacionadas por la siguiente expresión, de donde se despeja la potencia de salida,

$$I_3 = 3P - 2IP_3 \Rightarrow P_o = (I_3 + 2IP_3)/3 = -0.28 \text{ dBm.} \quad (3.82)$$

Finalmente,

$$RP = P_o - I_3 = 60.44 \text{ dB,} \quad (3.83)$$

luego no cumple.

- b) Ahora los tonos no pasan al amplificador de FI, por lo que la intermodulación es sólo la de RF, dado que el mezclador es lineal,

$$ip_3 = g_{MX}g_{FI}ip_{3,RF}. \quad (3.84)$$

Repitiendo los cálculos $RP = 72.82 \text{ dB}$, que sí cumple la especificación.

Nota: la potencia de intermodulación y el punto de intercepto están calculados a la salida.

P. 3.7 SNR y SINR en receptor FM

Se desea diseñar un receptor de radiodifusión FM en el rango 88-108 MHz. El esquema propuesto es el incluido en la Figura 3.7.

Se pide

- a) Calcular el número de polos del filtro de FI que garantiza que el filtro introduzca una atenuación igual o mayor de 70 dB en la frecuencia central del canal adyacente. Suponga una canalización de 200 kHz para transmitir una señal mono de 180 kHz de ancho de banda (ya modulada) y una respuesta de tipo Butterworth.
- b) Calcular la sensibilidad y la máxima potencia admisible, ambas a la entrada y en dBm, si el demodulador de FM debe tener una SINR:

$$\text{SINR} = 10 \log \left(\frac{p + n + i_3}{n + i_3} \right) \quad (3.85)$$

superior a 20 dB, donde s es la potencia de señal, n la de ruido e i la de intermodulación. Representéla en función de la potencia de entrada.

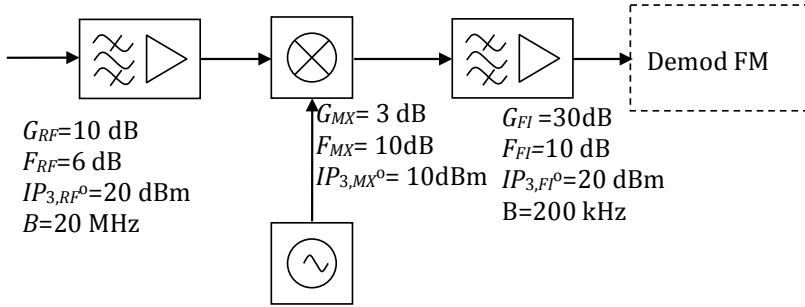


Figura 3.7 Esquema de receptor y valores de los parámetros de sus dispositivos.

Solución.

- a) La atenuación exigida es $A = 70$ dB. Si el ancho de banda de paso es $B = 180$ kHz y la distancia del centro a la frecuencia donde debe caer A dB es $\Delta f = 200$ kHz, entonces el orden del filtro es

$$n = A / (20 \log(\Delta f / (B/2))) = 11. \quad (3.86)$$

- b) Calculamos primero el ruido, para calcular la SINR. Para eso es necesario calcular la figura de ruido del receptor,

$$f_r = f_{RF} + (f_{MX} - 1) / g_{RF} + (f_{FI} - 1) / (g_{RF} g_{MX}) = 5.3321 \quad (3.87)$$

y la del sistema

$$f_s = f_a + f_r - 1, \quad (3.88)$$

donde

$$f_a = T_a / T_o. \quad (3.89)$$

Se asume $T_a = 290$ K, luego $F_s = F_r = 10 \log f_r = 7.26$ dB. El ruido a la salida queda

$$\begin{aligned} N_i &= -174 \text{ dBm/Hz} + F_s + 10 \log(B = 180 \cdot 10^3 \text{ Hz}) \\ &= -114.18 \text{ dBm.} \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$N_o = N_i + G_T = -71.18 \text{ dBm.} \quad (3.91)$$

donde $G_T = G_{RF} + G_{MX} + G_3 = 43$ dB. También, la potencia a la salida es la potencia a la entrada más esta ganancia, en decibelios,

$$P_o = P_i + G_T. \quad (3.92)$$

Para calcular la SINR hace falta además calcular la potencia de intermodulación, de tercer orden. Calculamos primero el punto de intercepto, a la salida, pues permite relacionar la potencia de intermodulación con la potencia útil,

$$ip_3 = 1/(1/(g_2 g_3 ip_{3,RF}) + 1/(g_3 ip_{3,MX}) + 1/(ip_{3,FI})), \quad (3.93)$$

que en dB queda $IP_3 = 19.95$ dB. La potencia de intermodulación es función de este parámetro y de la potencia de salida,

$$I_3 = 3P_o - 2IP_3. \quad (3.94)$$

Como

$$I_3 = 10 \log(p_o^3) - 10 \log(ip_3^2) = 10 \log(p_o^3/ip_3^2), \quad (3.95)$$

tenemos que la potencia de intermodulación a la salida, en unidades naturales, es

$$i_3 = p_o^3/ip_3^2. \quad (3.96)$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} SNIR &= 10 \log((p_o + i_3 + n)/(i_3 + n)) \\ &= 10 \log((p_o + p_o^3/ip_3^2 + n)/(p_o^3/ip_3^2 + n)) \\ &= 10 \log((p_i g_T + (p_i g_T)^3/ip_3^2 + n)/((p_i g_T)^3/ip_3^2 + n)). \end{aligned} \quad (3.97)$$

De $SNIR = 20$ dB tenemos una potencia mínima -94.22 dBm, que se corresponde con la sensibilidad, incluso si se toma como criterio $SNR = 20$ dB; porque la intermodulación es despreciable, y también lo es el ruido respecto a la señal. La potencia máxima admisible, para asegurar la relación de protección, es -33.02 dBm. Se adjunta la Figura 3.8 indicando estos puntos.

Nota 1: otra posible solución es considerar que el ruido es despreciable cuando la intermodulación es alta y que la intermodulación es despreciable cuando la relación señal a ruido es baja. De esa forma se obtienen similares resultados con menor esfuerzo. Por

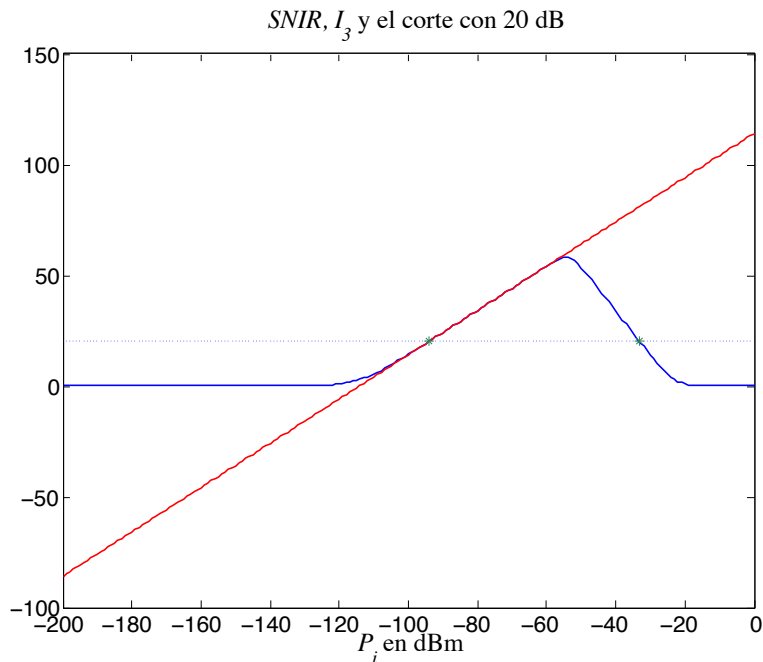


Figura 3.8 SNR y SINR frente a la potencia de entrada.

ejemplo, la potencia mínima así calculada es -94.18 dBm.

Nota 2: en el cálculo de intermodulación se asume que se tienen dos tonos, en el ancho de banda de frecuencia intermedia, que producen productos de intermodulación y uno cae dentro de este ancho de banda.

P. 3.8 Ruido en señal recibida desde un transmisor

Sea un transmisor de comunicaciones móviles a 900 MHz con radio de cobertura $r = 2$ km. La propagación discurre en un terreno suburbano. Los equipos receptores tienen una sensibilidad máxima utilizable de -102 dBm conectados directamente a una antena monopolo $\lambda/4$ (sobre plano conductor). Se desea garantizar la cobertura en el 50 % de emplazamientos (perimetral) y 50 % del tiempo a la distancia $r = 2$ km. El sistema debe asegurar en las circunstancias descritas una tasa de error de bit por debajo de 10^{-3} , que para la modulación usada (200 kHz de ancho de banda a 270 kbps) equivale a exigir a la salida del receptor una relación energía de bit a densidad espectral de potencia de 9 dB. El transmisor tiene el esquema de la figura, y una altura efectiva de 30 m. Consta de un conversor de frecuencia, un amplificador y distintos circuitos de microondas considerados como pasivos. La antena se conecta a través de un cable (guiaondas) de alimentación.

Nota: Puede asignar valores estándar a otros parámetros que necesite.

- a) Calcule una estimación de la mínima potencia necesaria entregada por el transmisor

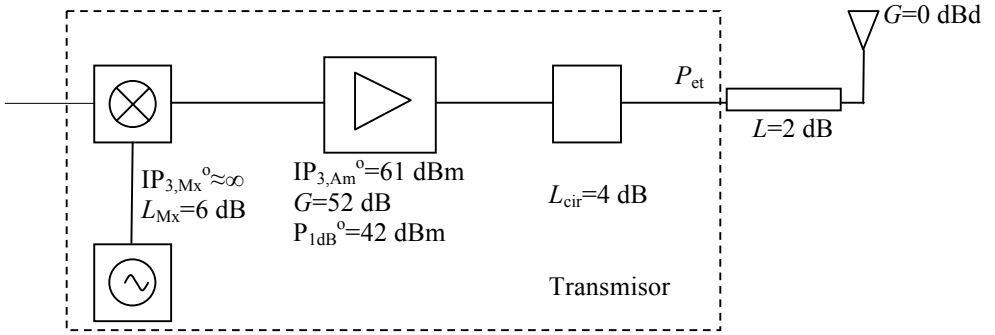


Figura 3.9 Esquema del transmisor.

que asegura una BER de 10^{-3} .

- Calcule la potencia máxima entregada por el transmisor que asegura a la salida una relación de protección para intermodulación de tercer orden, dentro del canal útil, mayor de 35 dB.
- Calcule la figura de ruido, en dB, de los receptores. Si se rediseñasen los mismos para mejorar la sensibilidad, calcule cuál es el mejor valor de sensibilidad posible.

Solución.

- Igualamos la sensibilidad a la potencia mínima recibida

$$\begin{aligned}
 S_{ms} &= P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r - L_{tr} \\
 \Rightarrow P_{et} &= S_{ms} + L_{tt} - G_t + L_b - G_r + L_{tr} \\
 \Rightarrow P_{et} &= -102 + 2 - 2.15 + L_b - (2.15 + 3) + 0,
 \end{aligned} \tag{3.98}$$

donde la ganancia del monopolo es el doble de la del dipolo y las pérdidas por conexiones y cable de alimentación en el receptor se han despreciado.

El valor de la potencia recibida que se ha igualado a la sensibilidad es el valor mediano. De forma que en el 50 % de tiempo el nivel recibido estará por encima, y en el 50 % por debajo. Igualmente, en el 50 % de emplazamientos el nivel está por encima y el 50 % por debajo.

Queda calcular las pérdidas del medio. Siendo un sistema de comunicaciones móviles y al no disponer de datos sobre el trazado urbano se opta por utilizar el método de Okumura-Hata para zona suburbana con altura de móvil 1.5 m.

$$\begin{aligned}
 L_b &= 69.55 + 26.16 \cdot \log_{10}(f) - 13.82 \cdot \log_{10}(h_t) \\
 &\quad + (44.9 - 6.55 \cdot \log_{10}(h_t)) \cdot \log_{10}(d) \\
 L &= L_b - 2 \cdot \log_{10}(f/28)^2 - 5.4 = 127.08 \text{ dB}.
 \end{aligned} \tag{3.99}$$

Finalmente $P_{et} = 19.78$ dBm.

- b) Aunque en principio pudiera parecer que los cálculos de intermodulación van a ser complicados, sólo hay un elemento no lineal en la cadena del transmisor, el amplificador. Por ello nos iremos a su salida para hacer los cálculos.

Sabemos que

$$\begin{aligned} I_3 &= 3 \cdot P_o - 2IP_3^o \\ RP &= P_o - I_3 = 2(IP_3 - P_o). \end{aligned} \quad (3.100)$$

Se exige a la salida que la relación de protección sea mayor de 35 dB, tal como se ha dicho es equivalente a exigirlo a la salida del amplificador

$$P_o = IP_3^o - RP/2 = 61 - 35/2 = 43.5 \text{ dBm}. \quad (3.101)$$

Como piden potencia entregada,

$$P_{et} = P_o - L_{cir} = 39.5 \text{ dBm}. \quad (3.102)$$

Nótese que con el apartado a) y b) se han determinado la potencia entregada mínima y máxima que puedo considerar en la planificación del sistema.

- c) La primera parte es inmediata. Utilizando las fórmulas apropiadas,

$$\begin{aligned} S_{ms} &= F_s + E_b/N_o \text{ (dB)} + 10 \log(R_b) - 174 \text{ dBm/Hz} \\ \Rightarrow F_s &= S_{ms} - E_b/N_o \text{ (dB)} - 10 \log(R_b) + 174 \\ \Rightarrow F_s &= -102 \text{ dBm} - 9 - 10 \log(270 \cdot 10^3) + 174 \text{ dBm/Hz} = 8.69 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (3.103)$$

Para la segunda parte de este apartado hay que pensar un poco. En principio la figura de ruido de un receptor es la relación entre la SNR a la entrada y a la salida. Siendo el receptor un conjunto de bloques que trasladan y amplifican la señal, en el mejor de los casos (ideal) dejarán esta relación tal como la entregue la antena. Esto es, que $f_r = 1$ (0 dB). A la frecuencia de trabajo podemos considerar que la temperatura de antena es $T_a = T_0 = 290$ K. Por todo ello

$$f_s = f_a + f_r - 1 = T_a/T_0 + f_r - 1 = 1 \Rightarrow F_s = 0 \text{ dB}. \quad (3.104)$$

Para esta figura de ruido la sensibilidad máxima utilizable será siempre mayor de

$$S_{ms} = 9 + 0 + 10 \cdot \log(270 \cdot 10^3) - 174 \text{ dBm/Hz} = -110.14 \text{ dBm}. \quad (3.105)$$

P. 3.9 Ruido e intermodulación en receptor con conmutador

En la Figura 3.10 se incluye un receptor superheterodino para comunicaciones inalámbricas con dos etapas de frecuencia intermedia (IF). Otras características del receptor son las siguientes:

- El rango de entrada para el receptor, en el punto A, está entre -110 dBm y -25 dBm.
- Ancho de banda es 24.3 kHz y la frecuencia de trabajo 881 MHz.
- El Dx switch (conmutador) es un bloque con dos estados posibles. Uno en el que la señal que se recibe es débil y en el que las pérdidas del bloque son 0.5 dB. El otro estado está diseñado para niveles de señales recibidas altos. En este caso las pérdidas son 28 dB.
- El esquema incluye un amplificador con control automático de ganancia -*automatic gain control* (AGC)- (AGC) con valores de ganancia entre 12 y 72 dB.

Se pide

- Calcular el valor mínimo de C/N en el punto C del esquema de la Figura 3.10 que se alcanzará dentro del rango de entrada considerado para este receptor (-110 a -25 dBm), donde C es la potencia de señal útil a la salida.
- Calcular el peor valor de la relación C/I_3 en el punto B del esquema de la Figura 3.10 que se alcanzará dentro del rango de entrada. Donde I_3 es la intermodulación de tercer orden.

Nota: haga las aproximaciones que estime oportunas, justificándolas.

Solución.

- Hay que analizar el peor caso en términos de relación señal a ruido, que se da para la señal de entrada menor, -110 dBm. El Dx Switch se pone en el estado de menores pérdidas. Desde el punto de vista del ruido, un bloque activo precedido de una cadena de bloques pasivos pueden agruparse fácilmente sumando las figuras de ruido en dB, ver Tabla 3.1.

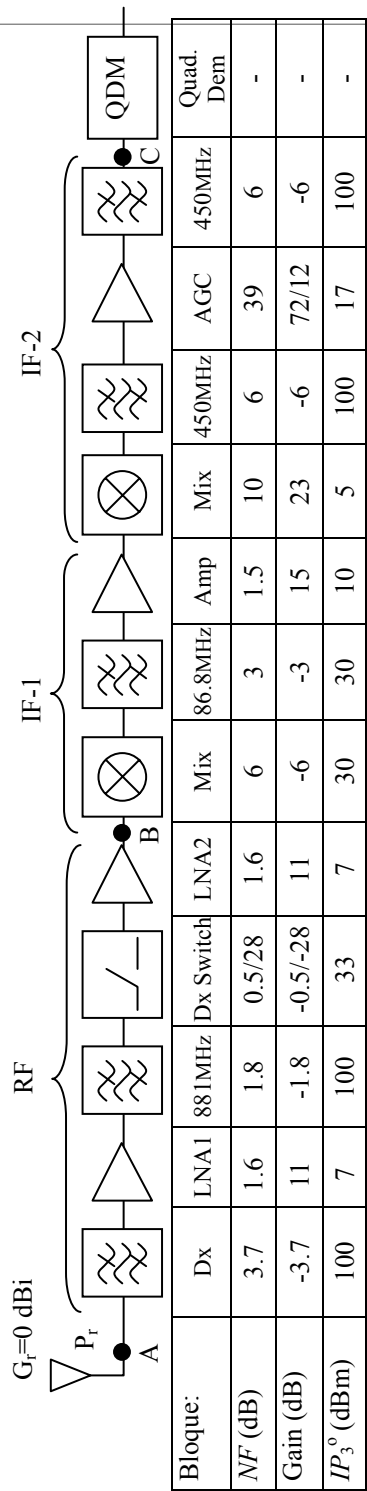
Tabla 3.1 Figuras de ruido de las primera etapas.

Bloques	Dx+ LNA1	BPF+Dx Switch+LNA2	Mix + BPF + Amp	Mix	BPF +AGC	450 MHz
NF (dB)	5.3	3.9	10.5	10	45	6
Gain (dB)	7.3	8.7	6	23	66	-6

Luego se puede calcular la figura de ruido total aplicando la fórmula de la figura de ruido de una cadena de bloques,

$$f_r = f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} + \dots + \frac{f_k - 1}{g_1 g_2 \dots g_{k-1}}, \quad (3.106)$$

donde las figuras de ruido están en unidades naturales. Aplicando la fórmula, la figura de ruido queda $NF_r = F_r = 6.97$ dB. Asumiendo que a la frecuencia de trabajo la



Nota: NF es figura de ruido, Gain es ganancia e IP_3^o es el punto de intercepto de 3er orden a la salida.

Figura 3.10 Esquema de receptor con conmutador y valores de los parámetros de sus dispositivos.

temperatura de antena es la temperatura ambiente, $T_o = T_a = 290$ K, la figura de ruido del sistema queda igual que la del receptor $F_s = F_r = 6.97$ dB.

Se pide la relación C/N , para ello hace falta calcular C y N :

$$\begin{aligned} C &= P_{dr} = -110 \text{ dBm}, \\ N &= 10 \log(kT_o f_s B) = -174 \text{ dBm/Hz} + F_s + 10 \log(B = 24.3 \cdot 10^3 \text{ Hz}) \\ &= -123.18 \text{ dBm}, \end{aligned} \quad (3.107)$$

y luego su diferencia, todo en decibelios,

$$C - N = -110 - 123.18 = 13.18 \text{ dB}. \quad (3.108)$$

- b) Hay que analizar el peor caso para la intermodulación, que se dará para una señal de entrada (máxima) de -25 dBm. Aplicamos la fórmula para calcular el punto de intercepto equivalente a la salida,

$$\frac{1}{iP_{3,T}} = \frac{1}{g_2 \dots g_k iP_{3,1}} + \frac{1}{g_3 \dots g_k iP_{3,2}} + \dots + \frac{1}{iP_{3,k}} = 15.34 \text{ mW}^{-1}. \quad (3.109)$$

Tabla 3.2 Puntos de intermodulación y ganancias de los cuadripolos entre los puntos A y B.

Bloques	Dx	LNA1	BPF	Dx Switch	LNA2
i	1	2	3	4	5
G_i (dB)	-3.7	11	-1.8	-28	11
$IP_{3,i}^o$ (dBm)	100	7	100	33	7

Con lo que queda $IP_3^o = -11.86$ dBm. Nótese que todo, potencia de intermodulación y puntos de interceptos, están referidos a la salida. La ganancia en este punto, $G_T = \sum_{i=1}^5 G_i = -11.5$ dB. Por lo que la potencia de señal a la salida, queda:

$$P_{dr}^o = P_{dr} + G_T = -25 \text{ dBm} - 11.5 \text{ dB} = -36.5 \text{ dBm} \quad (3.110)$$

y la potencia de intermodulación

$$I_3 = 3P_o - 2IP_{3,T} = 3 \cdot (-36.5 \text{ dBm}) - 2 \cdot (-11.86 \text{ dBm}) = -85.78 \text{ dBm}. \quad (3.111)$$

Finalmente, la relación potencia de señal a intermodulación,

$$C - I_3 = 49.28 \text{ dB}, \quad (3.112)$$

con $C = P_{dr}^o$.

P. 3.10 Cobertura y ruido

Se desea instalar un transmisor de ondas métricas para radiodifusión FM estéreo (88-108 MHz), cuya zona de cobertura es rural (valor mediano de intensidad de campo, medido a 10 m por encima del terreno, no inferior a $54 \text{ dB}\mu\text{V/m}$ (dBu), según la Rec. 412 del ITU-R), de 20 km de radio alrededor del emplazamiento. El sistema radiante es una antena dipolo en $\lambda/2$ y está situado en el extremo de un mástil de 15 m de altura, erigido en un montículo de 135 m de altura sobre la altura media del terreno al que se da servicio. La emisora está situada en la base de la torre, uniéndose al transmisor con la antena mediante un cable coaxial cuya pérdida a la frecuencia de trabajo es de 0.17 dB/m ; las pérdidas en conectores se estiman en 0.5 dB . Si la ondulación del terreno se estima en 50 m , la antena receptora tiene 10 m de altura y 0 dBd de ganancia ($\eta = 100 \%$), y el sistema receptor obedece al esquema de la Figura 3.11, calcule:

- La potencia suministrada por el transmisor ($\eta = 90 \%$).
- La relación C/N para un receptor, situado en el límite del área de servicio, para la frecuencia más alta.

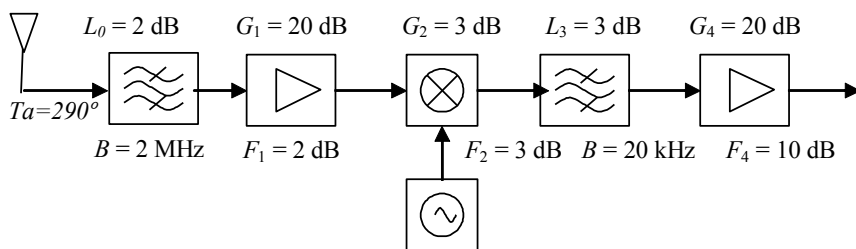


Figura 3.11 Esquema de receptor para estudiar la cobertura de transmisión FM.

Solución.

- Se utilizará la Rec ITU.R-P.1546³ por ser un modelo apropiado para radiodifusión. En una aplicación de esta recomendación hay que seguir una serie de pasos, que enumeramos,
 - Determinar tipo de trayecto: tierra, mar, mixto,... En nuestro caso es de un solo tipo, tierra.
 - Determinar el tanto por ciento del tiempo requerido. En nuestro caso no dicen nada, supondremos 50% del tiempo.
 - Calcular la altura de la antena transmisora h_1 y obtener el valor correspondiente del campo $E_c(h_1)$ rebasado en el 50% de emplazamientos. Este valor se mira en una de las figuras suministradas por la recomendación, ver también [6],

³anteriormente ITU.R-P.370

para distintos valores del % del tiempo, frecuencia y tipos de suelos. Nosotros tomamos, como se ha indicado, la correspondiente al 50 % del tiempo y una altura de antena $h_1 = 135 + 15 = 150$ m. Y la de 100 MHz, que es idónea para FM. Existe una curva para $h_1 = 150$ m, por lo que no hay que interpolar y la corrección por altura de antena transmisora (h_1) es cero. Esta altura se ha tomado siguiendo las instrucciones de la recomendación: la distancia es mayor de 15 km, no se conoce el perfil del terreno y se ha asumido que la tierra alrededor es más o menos plana.

- 4 Actualícela con la potencia transmitida, sumando al valor de campo recibido esta corrección, (P).
- 5 Corrección por altura de antena transmisora. Como el valor leído es el correspondiente al de una curva, no hay que incluir corrección.
- 6 Interpole con la frecuencia. Como la frecuencia de trabajo se corresponde con 100 MHz, el valor es directamente el leído en la figura seleccionada. No hay que interpolar. Así, la corrección por frecuencia es cero, (E) = 0.
- 7 Corrija en función de la altura de la antena receptora, sumando (h_r). En nuestro caso la altura de antena receptora es de 10 m, que es la altura para la que la curva da el valor de campo recibido en entorno rural, por la tanto (h_r) = 0.
- 8 Corrija en función del trayecto en medio urbano/suburbano, añadiendo (M). El entorno es rural y no hay que hacer ninguna corrección.
- 9 Corrija con el despejamiento del receptor, (D). No tenemos información acerca del perfil del terreno, así que asumiremos que el ángulo de despejamiento del receptor es menor a 0.55° y que esta corrección es nula.
- 10 Corrija para otro porcentaje de ubicaciones, (L). En nuestro caso se pide el valor mediano, y este se corresponde con 50 % del tiempo y 50 % de emplazamientos.

$$E = E_c + (h_1) + (P) + (h_r) + (M) + (D) + (L) = E_c + (P). \quad (3.113)$$

Donde (P) se puede leer como PRA (potencia radiada aparente) en dBk. Esto es, un incremento en dB de potencia respecto a la transmitida se transmite directamente en un incremento en el campo recibido. Como la potencia transmitida en las figuras de la recomendación es 1 kW de PRA , 0 dBk, y el valor de potencia transmitida real, en dBk, es el incremento de potencia, esto es (P),

$$E = E_c + PRA \text{ dBk}. \quad (3.114)$$

De la figura correspondiente en la recomendación, ver [6], para $h_t = 150$ m y 20 km nos da

$$E_c = 64 \text{ dBu} \quad (3.115)$$

y

$$PRA = E - E_c = 54 - 64 = -10 \text{ dBk.} \quad (3.116)$$

Donde E es el valor necesario, que se nos exige sea de 54 dBu. Despejamos la potencia necesaria. Como

$$PRA = P_t + G_t \text{ (dBd)} = P_{et} - L_{tt} - L_{at} + G_t \text{ (dBd)}, \quad (3.117)$$

queda

$$P_{et} = PRA + L_{tt} + L_{at} - G_t = -10 + 2.55 + 0.46 - 0 = -7.51 \text{ dBk.} \quad (3.118)$$

donde $L_{tt} = 15 \cdot 0.17 \text{ dB}$ y $L_{at} = -10 \log(0.9)$.

- b) Calculamos la potencia recibida, la potencia de ruido, y las restamos. La potencia recibida se escribe en función del campo:

$$\begin{aligned} P_{dr} &= E - 20 \log(f(\text{MHz})) - 77.2 + G \\ &= 54 \text{ dBu} - 20 \log(108) - 77.2 + 2.15 = -61.72 \text{ dBm.} \end{aligned} \quad (3.119)$$

Para calcular el ruido hace falta calcular primero la figura de ruido del sistema:

$$F_s = F_a + F_r - 1. \quad (3.120)$$

Si $T_a = T_o = 290 \text{ K}$, que es una aproximación aceptada para estas frecuencias y superiores, entonces $F_s = F_r$. La expresión en dB para F_s queda:

$$F_s = F_r = L_0(\text{dB}) + 10 \log(f_1 + (f_2 - 1)/g_1 + (l_3 f_4 - 1)/(g_1 g_2)) = 4.56 \text{ dB,} \quad (3.121)$$

donde se ha usado que la figura de ruido equivalente de un bloque precedido de una atenuador es el producto de su figura de ruido por las pérdidas, en unidades naturales, o la suma en dBs. El ruido, referido a la entrada, donde está calculada P_{dr} :

$$N = F_s(\text{dB}) + 10 \log(B = 20 \cdot 10^3 \text{ Hz}) - 174(\text{dBm/Hz}) = -126.43 \text{ dBm.} \quad (3.122)$$

Finalmente,

$$C/N = P_{dr} - N = 64.71 \text{ dB.} \quad (3.123)$$

Este valor es alto. La Rec. 412 de la ITU-R establece un nivel muy superior al ruido. Esto facilita el hacer frente a posibles interferencias, de otras emisiones.

P. 3.11 Transceptor a 433 MHz

Sean dos equipos A y B. El equipo A consiste en un sistema de posicionamiento GPS conectado a un transmisor a 433 MHz (Banda ISM), donde el GPS cada cierto tiempo

envía la información de posición al equipo B. Ambos equipos se construyen a partir de un transceptor en un chip cuyo esquema se incluye en la Figura 3.12. De forma que cuando se transmite la información de A a B el transceptor en el equipo A funciona como transmisor y el del equipo B como receptor. El transceptor se puede utilizar para 433 y 868 MHz, siendo la primera la frecuencia utilizada. Tanto en el equipo A como en el B, el transceptor se conecta a la antena mediante un circuito de pérdidas 3.7 dB. La antena es un monopolo $\lambda/4$ sobre plano conductor. Desprecie las pérdidas de conectores. La propagación se aproximará por espacio libre y se considera una distancia de 3 km. Se escoge una velocidad de transmisión de 19.2 kbits/s que tiene asociada una sensibilidad de -97 dBm para una BER de 10^{-3} . Esta sensibilidad es para el sistema completo, incluyendo antena. Y está referida a la entrada del transceptor.

Atendiendo a la Figura 3.12 y tablas adjuntas,

- Calcule una estimación de la mínima potencia necesaria entregada por el transmisor, A, en el punto entre el transceptor y el circuito de antena que asegura una BER de 10^{-3} en el receptor, B. Si se entregan 0 dBm, ¿qué margen se deja para pérdidas adicionales a las de espacio libre?
- Calcule la relación E_b/N_o a la entrada del demodulador necesaria para la sensibilidad exigida (se asume que el receptor está limitado por ruido y no por nivel mínimo de potencia).
- En el transmisor, y para 0 dBm de potencia entregada, calcule la relación entre la potencia de salida y la intermodulación de tercer orden en el punto RF OUT.

Tabla 3.3 Características de ruido del TRX a 433 MHz.

Bloque:	LNA	Mixer	IF Stage
NF (dB)	3	6	10
Gain (dB)	11	-6	15

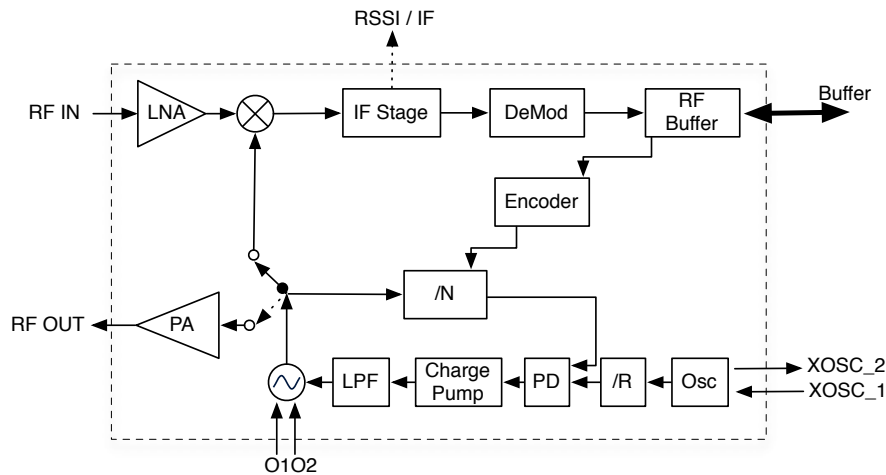


Figura 3.12 Esquema del transceptor a 433 MHz.

Parámetro	Min.	Típico	Max	Unidad	
Separación de frecuencias, FSK binaria	0	64	65	kHz	La frecuencia correspondiente al "0" digital se denota por f_0 , mientras que f_1 corresponde al "1". La separación de frecuencias es $f_1 - f_0$. La portadora RF, f_c , viene dada por $f_c = (f_0 + f_1)/2$. La separación de frecuencia es programable en pasos de 250 Hz. Separaciones hasta 65 kHz están garantizadas para frecuencias de referencia de 1 MHz. Separaciones más grandes se alcanzan a mayores frecuencias de referencia.
Potencia de Salida 433 / 868 MHz	-20	0	10/4	dBm	Entregada a una carga de 50 Ω . La potencia de salida es programable.
RF Impedancia de salida 433 / 868 MHz		140/80		Ω	Modo transmisión, óptima impedancia de carga.
Armónicos: 2º Armónico 3º Armónico 433/868 MHz		-7/-15 -27/-29		dBm	Medida para máxima potencia de salida. Un filtrado externo se debería usar para reducir la emisión de armónicos para cumplir determinados requisitos.

Figura 3.13 Características RF del transceptor a 433 MHz.

Solución.

a) Las pérdidas son las de espacio libre

$$L_b = 32.45 + 20 \log f \text{ (MHz)} + 20 \log d \text{ (km)} \quad (3.124)$$

que quedan

$$L_b = 32.45 + 20 \log(f \text{ (MHz)}) + 20 \log 10(d \text{ (km)}) = 94.72 \text{ dB.} \quad (3.125)$$

No hay cables y las pérdidas de los conectores son despreciables. Las pérdidas entre el transmisor y la antena se deben únicamente al duplexor

$$L_{tt} = L_{tr} = 3.7 \text{ dB.} \quad (3.126)$$

La ganancia de la antena es el doble de la de un dipolo $\lambda/2$, $G = G_{\lambda/2} + 3 = 5.15 \text{ dB}$. Aplicando Friis despejamos la potencia necesaria para recibir una potencia igual a la sensibilidad,

$$\begin{aligned} P_{dr} &= P_{et} - L_{tt} + G_t - L + G_r - L_{tr} \Rightarrow P_{et} = S + L_{tt} - G_t + L - G_r + L_{tr} \\ P_{et} &= -97 + 3.7 - 5.15 + L - 5.15 + 3.7 = -5.18 \text{ dBm.} \end{aligned} \quad (3.127)$$

Si utilizamos una potencia de 0 dBm, el margen que quedaría sería

$$M = 0 - P_{et} = 5.18 \text{ dB.} \quad (3.128)$$

b) Hay que analizar los tres bloques que siguen a la entrada RF IN en la Figura 3.12. Teniendo en cuenta que delante tenemos la antena y el circuito de acoplo. La figura de ruido del sistema sería

$$f_s = f_a + f_r - 1 = T_a/T_0 + f_r - 1 = f_r \Rightarrow F_s = F_r \text{ dB,} \quad (3.129)$$

donde se ha asumido que a la frecuencia de trabajo $T_a = T_o = 290 \text{ K}$. Pasando a unidades naturales y agrupando en un solo bloque, f_1 , el circuito de antena y el LNA,

$$\begin{aligned} f_r &= f_1 + \frac{f_2 - 1}{g_1} + \frac{f_3 - 1}{g_1 g_2} \\ &= 4.67 + \frac{3.98 - 1}{5.3} + \frac{10 - 1}{5.3 \cdot 0.25} = 11.9 \Rightarrow F_s = F_r = 10.75 \text{ dB.} \end{aligned} \quad (3.130)$$

Como la sensibilidad

$$E_b/N_o(\text{dB}) = C - (F_s + 10 \log(R_b) - 174 \text{ dBm/Hz}), \quad (3.131)$$

donde $C = p'_r$ según la notación de la Figura 1.1, despejamos, poniendo la ecuación al límite y teniendo en cuenta que la F_s se ha calculado referida al punto entre antena y

circuito de acoplo y que hay que llevar la sensibilidad $p'_{r|_{\min}} = C_{\min}$ al mismo punto:

$$\begin{aligned} E_b/N_o(\text{dB})|_{\min} &= (C_{\min} + L_{Dx}) - F_s - 10 \cdot \log(R_b) + 174 \text{ dBm/Hz} = \\ &= -97 \text{ dBm} + 3.7 - 10.75 - 10 \log(19.2 \cdot 10^3) + 174 \\ &= 27.12 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (3.132)$$

- c) Conocemos la intermodulación para la potencia máxima de salida. Eso nos permite despejar el punto de intercepto y calcular la intermodulación para cualquier otro caso. Calculamos primero el punto de intercepto. Como

$$I_3 = 3 \cdot P_o - 2IP_3^o, \quad (3.133)$$

queda

$$IP_3^o = (3 \cdot P_o - I_3)/2. \quad (3.134)$$

La potencia de salida máxima a 433 MHz y la intermodulación de tercer orden asociada⁴ son 10 dBm y -27 dBm respectivamente, tal como se desprende de la Figura 3.13. Para estos valores

$$IP_3^o = (3 \cdot P_o - I_3)/2 = (3 \cdot 10 - (-27))/2 = 28.5 \text{ dBm}. \quad (3.135)$$

Para $P_o = 0 \text{ dBm}$,

$$RP = P_o - I_3 = 2(IP_3 - P_o) = 57 \text{ dB}. \quad (3.136)$$

⁴En la figura aparece 10/4 donde el 10 es para 433 MHz y el 4 para 868 MHz.

4 Servicio fijo terrenal

4.1 Introducción

En este servicio el objetivo es conectar dos puntos en tierra bien directamente a través de un radioenlace o de varios, si existen repetidores. En general, se resuelve primero el balance de enlace, asegurando que se reciba una señal por encima del umbral o sensibilidad. Aquí se suele tener en cuenta la difracción, con un factor de corrección del radio terrestre acorde a las exigencias impuestas si se está en situación de tierra curva. A esto se dedican el primer y último problema propuesto, Problema P. 4.1 y Problema P. 4.8. En el último, se introduce un repetidor activo entre dos puntos. Este problema es interesante de cara a resolver problemas de radioenlaces espaciales, donde el satélite hace de repetidor.

Una vez resuelto el enlace, se calcula el tiempo en el que el sistema va a sufrir una interrupción debido a efectos esporádicos. Entre estos efectos, los más importantes son la avería de equipos, el desvanecimiento de la señal por lluvia o un multitrayecto plano, o la distorsión que sufre la señal debido a un desvanecimiento selectivo (en frecuencia) debido a multitrayecto. El cálculo de la calidad cubre el estudio de estas interrupciones. Un análisis inmediato de calidad sería evaluar el tiempo en el que sistema está interrumpido y compararlo con un umbral u objetivo, comprobando si cumple con el mismo. Aquí el criterio de calidad sería el que no hubiera interrupciones.

Sin embargo, la ITU distingue entre dos tipos de interrupciones, atendiendo a su duración. Mientras que el multitrayecto es un efecto con una corta duración, típicamente menor de unos pocos segundos, y afecta a la fidelidad del sistema, las averías y la lluvia afectan a la disponibilidad del sistema, dejándolo inhábil durante minutos, horas o incluso días. Existen diversas recomendaciones que establecen tanto el tiempo a partir del cual una interrupción se considera una indisponibilidad, como los objetivos o tiempos máximos en el que el sistema puede estar indisponible o tener pérdidas de fidelidad. En particular, la ITU propone un umbral de 10 s para distinguir entre ambas interrupciones, estableciendo así como criterios para evaluar la calidad del sistema la indisponibilidad (interrupción mayor de 10 s) y la fidelidad (interrupción menor de 10 s). En sus diferentes recomendaciones se establecen objetivos, tiempos máximos, para ambos criterios. El ingeniero evalúa ambos criterios para un sistema y comprueba que los valores cumplen

dichos objetivos. En el resto de problemas propuestos, Problema P. 4.2 a Problema P. 4.7, se realiza este tipo de estudio.

A continuación se incluyen breves comentarios acerca del cálculo de estas interrupciones, que puede completar en [6].

4.1.1 Equipos

Entre las interrupciones de larga duración se encuentra la indisponibilidad por equipos. Por equipo se entiende una parte o el conjunto de los equipos en el transmisor, el receptor, un repetidor, o una estación nodal. Y se puede calcular la disponibilidad por un equipo en particular o por un conjunto de ellos. Normalmente se desea calcular la indisponibilidad del conjunto de todos los equipos en uno o más vanos de un radioenlace. Al tanto por ciento del tiempo en el que hay indisponibilidad por equipos se le denomina en este texto U_E , ver la notación al comienzo de este documento.

Existen distintas configuraciones de repetidores: un sólo equipo, un conjunto receptor más transmisor, ... Además, se pueden tener equipos con reserva activa *-hot stand by-* (HSB). Cuando hay HSB se suele denotar al esquema $M + N$: por cada M equipos funcionando, se tienen N equipos de reserva. De forma que, para que haya un fallo, tienen que caer simultáneamente más de $N + 1$ equipos. La casuística de configuraciones es grande, y el ingeniero debe identificarla y aplicar las expresiones adecuadas para calcular este tiempo de indisponibilidad. Para mejorar esta indisponibilidad, se pueden seleccionar equipos con tiempo medio entre fallos *-mean time between failiures-* (MTBF) elevados, tiempo medio en reparar *-mean time to repair-* (MTTR) reducidos y/o HSB. Puede consultar [6] para encontrar expresiones que le permitan hacer estos cálculos.

4.1.2 Lluvia

En el caso de la indisponibilidad por lluvia, los cálculos son inmediatos si se conoce A_p , la atenuación excedida en el p % del tiempo. En este caso, si la potencia recibida llega con un margen de M dB por encima del umbral, T_h , la máxima atenuación permitida es $M = A_p$, de donde se despeja $U_p = p$, siendo U_p la notación utilizada para la indisponibilidad por precipitación. Nótese que la atenuación por lluvia es importante a partir de unos 10 GHz. Por ello, se suelen realizar cálculos de indisponibilidad por lluvia cuando la frecuencia supera este valor. Para reducir el tiempo de indisponibilidad por lluvia, se puede incrementar la potencia, si es posible, o disminuir la distancia, instalando más estaciones.

4.1.3 Desvanecimiento multitrayecto

El multitrayecto tiene un doble efecto. Por un lado hace que todas las frecuencias del ancho de banda utilizado se reciban, en promedio, con una caída de F dB. Y por otro, hace que unas frecuencias se reciban con mayor atenuación que otras, provocando que haya ISI. El primero es el desvanecimiento plano, y el tanto por ciento del tiempo en el que el sistema no funciona debido a éste lo denominamos P_{Tp} . El segundo es el desvanecimiento selectivo, siendo el tanto por ciento del tiempo asociado P_{Ts} . Y el resultado de ambos, P_{TT} .

Nótese que si el ancho de banda es estrecho, porque no se transmitan grandes velocidades, el efecto del desvanecimiento selectivo no es importante. Por ello no se suele calcular P_{TS} para regímenes binarios inferiores a 140 Mbps. También, si se utilizan igualadores u modulación por división en frecuencia ortogonal -*Orthogonal frequency division multiplexing* - (OFDM), el efecto se reduce sensiblemente o se elimina. Puede consultar [6] para calcular las interrupciones por desvanecimiento multitrayecto.

Para mejorar la pérdida de fidelidad por desvanecimiento plano, se puede recurrir a aumentar la potencia. Si esto no fuera posible, se podría mejorar ésta y la debida a desvanecimiento selectivo utilizando diversidad. La reducción en la distancia y/o frecuencia también puede tenerse en cuenta.

P. 4.1 Transmisión en un radioenlace del servicio fijo

Se desea construir un enlace por radio entre una estación base de telefonía móvil a 900 MHz y un repetidor (o Reflex). El radioenlace discurre por una región de terreno llano y horizontal con coeficiente de reflexión horizontal y vertical aproximadamente $R = -1$, separadas entre sí por una distancia de 4 km. La compañía proyectista utiliza torres de 10 m e instalaciones estándar Antena+Duplexor+Guía de onda cuyos datos son,

- Antenas: Parabólicas tipo P8F-9-E7A (ANDREW)
 - Ganancia 24.7dBi
 - Diámetro 2.4m
 - Ancho del haz 9.2°
 - Impedancia de entrada 50Ω (adaptada a los equipos)
 - Polarización horizontal
 - Filtro duplexor:
 - Pérdidas 1.4 dB
 - Guía de onda (ANDREW)
 - Atenuación a 900MHz y 7/8" de 4.02 dB/100 m
- a) Calcule la eficiencia de la antena y estime el ancho del haz. Compare el resultado con el dato que da el fabricante.
- b) Calcule la densidad (o flujo) de potencia (W/m^2) y el valor de campo eléctrico (V/m) que hay a 3 m de la antena en la dirección de máxima ganancia y en espacio libre si la PIRE es de 24 dBW. Si se tiene en cuenta el suelo, conductor perfecto, indique hasta donde podrían incrementarse como máximo los valores calculados.
- c) Calcule el valor recibido de potencia a la salida de la guía de onda y en dBm por esta antena si otra de las mismas características enfrentada a ella y a 4 km de distancia transmite con una PIRE de 24 dBW.
- d) En la situación del apartado anterior y para hacer unas pruebas se conecta a la guía de onda un receptor con figura de ruido de 10 dB, de forma que para el conjunto

antena+duplexor+guía de onda+receptor se requiere un valor de potencia recibida a la entrada del receptor de -100 dBm para cumplir con las condiciones de E_b/N_0 (energía de bit/densidad espectral de potencia de ruido) a la salida del receptor. Compruebe primero que se cumple que la potencia recibida es mayor que este valor. Si la transmisión es digital con ancho de banda de 200 kHz y régimen binario 270 kbps, calcule la E_b/N_0 necesaria a la salida el receptor. Justifique adecuadamente sus respuestas. Si utiliza un modelo de propagación, argumente por qué lo elige. Indique claramente las unidades en las que expresa sus resultados y, cuando proceda, si son pico o promedio.

Solución.

- a) La ganancia de una antena parabólica es $g = \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$. Tomando los valores de referencia:

$$10^{24.7/10} = \eta \left(\frac{\pi \cdot 2.4}{3 \cdot 10^8 / 900 \cdot 10^6} \right)^2 \Rightarrow \eta = 0.577 \Rightarrow 57.7 \%. \quad (4.1)$$

El ancho de haz, aplicando la fórmula, $\theta = 70\lambda/D$ ($^\circ$) = 9.7 , ligeramente mayor del dado por el fabricante, 9.2° .

- b) El cálculo del flujo de potencia se lleva a cabo utilizando la expresión

$$\langle S \rangle = \frac{pire}{4\pi d^2} = \frac{251}{4\pi \cdot 3^2} = 2.22 \text{ W/m}^2. \quad (4.2)$$

El campo (asumiendo campos lejanos), lo despejamos de su relación con el flujo de potencia,

$$\langle S \rangle = e^2/\eta \Rightarrow e = \sqrt{\eta \langle S \rangle} \approx \sqrt{120\pi 2.2} = 28.93 \text{ V/m (rms)}. \quad (4.3)$$

Si se tiene en cuenta el suelo, en algunos puntos podemos tener el doble de intensidad de campo y cuatro veces más de potencia.

- c) Aquí en principio hay que decantarse por un modelo de tierra plana o curva. Si se calcula la flecha se constata lo que ya se intuye, a tenor del valor tan corto de la distancia, que la propagación no se corresponde con un modelo de tierra curva. Por otro lado, 4 km frente a 30 m hacen pensar que es válida la aproximación de tierra plana, dado además que el coeficiente de reflexión es -1 . Así, comprobamos si $d > 12h_t h_r / \lambda = 3.6$ km, y como la respuesta es afirmativa, aplicamos la expresión aproximada de tierra plana:

$$\begin{aligned} L_b &= 40 \log d(\text{km}) - 20 \log(h_t(m) \cdot h_r(m)) + 120 \\ &= 40 \log 4 - 20 \log(10 \cdot 10) + 120 = 104.08 \text{ dB}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde no se ha tenido en cuenta onda de superficie por ser la frecuencia mayor de 150

MHz, y a continuación Friis:

$$\begin{aligned} P_{dr} &= PIRE - L_b + G_t - L_{tr} = 24 \text{ (dBW)} - 104.08 \text{ (dB)} + 24.7 \text{ (dB)} - 1.8 \text{ (dB)} \\ &= -57.18 \text{ dBW} = -27.18 \text{ dBm}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$$L_{tr} = l \cdot \alpha_{cable} + L_{duplex} = 0.10 \times 4.02 + 1.4 = 1.8 \text{ dB}. \quad (4.6)$$

d) Como llegan -27.18 dBm cumple con creces el valor requerido.

Para calcular la E_b/N_0 asociada a los -100 dBm , calculamos primero el ruido. La figura de ruido del sistema es $F_s = L_{tr} + F_r = 2.6 + 10 = 12.6 \text{ dB}$, supuesta la temperatura de ruido de antena 290 K . La sensibilidad a la salida de antena, donde está referida la anterior figura de ruido, es $-100 \text{ dBm} + 2.6 = -97.4 \text{ dBm}$, aplicamos la expresión de sensibilidad en el caso digital:

$$\begin{aligned} T_h(\text{dBm}) &= E_b/N_0(\text{dB})|_{\min}(\text{dB}) + F_s(\text{dB}) \\ &\quad + 10 \log R_b(\text{bps}) - 174(\text{dBm/Hz}). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Sustituyendo valores y despejando,

$$\begin{aligned} -97.4(\text{dBm}) &= E_b/N_0(\text{dB})|_{\min}(\text{dB}) + 12.6(\text{dB}) \\ &\quad + 10 \log 270 \cdot 10^3(\text{bits/sg}) - 174 \Rightarrow E_b/N_0(\text{dB}) \geq 9.68 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

De forma que $E_b/N_0|_{\min} = 9.68 \text{ dB}$.

P. 4.2 Calidad en un Radioenlace del Servicio Fijo

Se considera un vano de radioenlace digital que tiene las siguientes características:

- Ganancias de Antenas $G = 40 \text{ dB}$
- Pérdidas en cables alimentación $L_T = 0.5 \text{ dB}$
- Intensidad de lluvia para el 0.01 % del tiempo $R_{0.01} = 32 \text{ mm/h}$
- Potencia transmitida $PIRE = 60 \text{ dBm}$
- Umbral para $BER = 10^{-3}$, $Th_3 = -83 \text{ dBm}$
- $MTTR = 1 \text{ h}$
- $MTBF = 10000 \text{ h}$
- $f = 7.5 \text{ GHz}$
- Polarización Vertical
- Velocidad $R_b = 140 \text{ Mbits/s}$
- Modulación 16-QAM
- Desvanecimiento multitrayecto con factor $P_o = 0.27$
- Margen neto $M_e = 40.1 \text{ dB}$
- Distancia $d = 20 \text{ km}$

Donde los datos de equipos, los MTBF, están ya dados para los dos sentidos. Suponga propagación en espacio libre.

- a) Evalúe la indisponibilidad y la fidelidad del enlace y compruebe que cumple con objetivos de la ITU, sección radiocomunicaciones (ITU-R), (ITU-R F.695) 0.3 % y (ITU-R F.594 y F.634) 0.054 % para indisponibilidad y fidelidad, respectivamente, y 2500 km. Para distancias menores de 2500 se obtiene un objetivo proporcional a la distancia. Si la distancia es menor de 280 km se obtiene el objetivo para 280 km. Los objetivos están dados para la relación de segundos con muchos errores -*severely errored second ratio*- (SESR).
- b) Calcule la signature normalizada del receptor, k_r .
- c) Suponga que el nivel (altura) de la signature de este tipo de receptores se mantiene constante independientemente del número de niveles. Y el ancho de la misma (igual al ancho de banda del receptor), W , es directamente proporcional a $1/\log_2 M$, con M cualquier número de niveles: $W(\text{MHz}) = W_0/\log_2 M$ para algún W_0 . Si se asumiese también que el umbral necesario T_{h3} no varía con el número de niveles:
 - ¿La calidad mejora o empeora con el número de niveles? Demuéstrelo.
 - Calcule el conjunto de niveles para los cuales se asegura que se cumplen los objetivos de calidad recomendados por la ITU-R.

Nota: Recuerde que para distancias menores de 2500 se obtiene un objetivo proporcional a la distancia. Si la distancia es menor de 280 km se obtiene el objetivo para 280 km. Los objetivos dados en el enunciado están dados para la SESR.

Solución.

- a) En cuanto a la indisponibilidad, tenemos la suma debida a propagación (lluvia) y a equipos,

$$U = U_E + U_P. \quad (4.9)$$

La debida a equipos se calcula de la siguiente forma,

$$U_E = MTTR/MTBF \times 100 = 0.01 \%. \quad (4.10)$$

La U_P no se calcula ya que a 7.5 GHz no hay atenuación por lluvia, $U_P = 0$,

$$U = U_E + U_P = 0.01 \%.$$

El objetivo marcado por la ITU-R para indisponibilidad es de $0.3 \cdot 280/2500 = 0.0336 \%$ para longitudes iguales o inferiores a 280 km, que es mayor que 0.01 %: *se cumplen objetivos*.

Respecto a la fidelidad, hay que evaluar desvanecimiento plano y selectivo. Como nos dan el margen neto, la probabilidad de tener un desvanecimiento plano o selectivo es

$$P_{TT} = 0.27 \cdot 10^{-M_e/10} \times 100 = 0.0026 \%. \quad (4.11)$$

El objetivo marcado para longitudes inferiores a 280 km es de $0.054 \cdot 280/2500 = 0.006\%$: *se cumplen objetivos*.

b) Para calcular la signatura normalizada, conociendo el margen neto, se sigue el siguiente procedimiento:

i) Se calcula el margen bruto. Para ello se calculan las pérdidas,

$$L_b = 20 \log(4\pi d/\lambda) = 135.97 \text{ dB} \quad (4.12)$$

y luego el margen

$$M_3 = PIRE - L_b + G_T - L_{TR} - T_{h3} = 46.54 \text{ dB}. \quad (4.13)$$

ii) Se calcula la probabilidad de tener un desvanecimiento selectivo P_{TS} ,

$$P_{TS} = P_0(10^{-M_e/10} - 10^{-M_3/10}) \times 100 = 0.002\%. \quad (4.14)$$

iii) Se despeja la signatura normalizada k_r de

$$P_{TS} = \eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot k_r (\tau_m/T_s)^2 \times 100 \quad (4.15)$$

donde¹

$$\eta = 1 - \exp(-0.2 \cdot P_0^{0.75}) = 0.0722$$

$$C = 1$$

$$P_b = 2.16$$

$$\tau_m = 0.7(d/50)^{1.3} = 0.213 \text{ ns}$$

$$T_s = \log_2(M)/R_b \cdot 10^9 = 28.57 \text{ ns}, \quad M = 16. \quad (4.16)$$

Queda

$$k_r = P_{TS}/(\eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot (\tau_m/T_s)^2 \times 100) = 1.18 \quad (4.17)$$

c) Si el umbral no dependiese del número de niveles², el P_{TP} se mantendría constante. Queda $P_{TTmx} = 0.006\%$ y $P_{TP} = P_0 \cdot 10^{-M_3/10} \times 100$, de donde se saca que $P_{TSmx} = P_{TTmx} - P_{TP} = 0.0054\%$. Aquí, P_{TSmx} es el máximo porcentaje admisible para desvanecimiento selectivo.

Si el nivel (altura) de la signatura se mantiene constante independientemente del número de niveles³, y el ancho de la misma (igual al ancho de banda del receptor) se puede escribir como $B \text{ (MHz)} = W_0/\log_2 M$, con M cualquier número de niveles,

¹ El valor de C es un factor de corrección que tomamos a 1, y la probabilidad de que b , coeficiente del segundo rayo del modelo de dos rayos, valga uno se toma a 2.16.

² En la práctica la E_b/N_0 necesaria para una BER dada aumenta con los niveles de la modulación.

³ En la práctica, y en general, el nivel puede subir al aumentar el número de niveles, al ser la constelación más sensible a perturbaciones.

introducimos estos valores en la signatura,

$$k'_r = K_A \cdot K_B \quad (4.18)$$

donde

$$\begin{aligned} K_A &= B(\text{MHz}) \cdot T_s \\ K_B &= \frac{T_s}{\tau} \cdot 10^{-B_C/20}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

De forma que,

$$k'_r = B(\text{MHz}) \cdot \frac{T_s^2}{\tau} \cdot 10^{-B_C/20} \quad (4.20)$$

con T_s y τ en μsg . Realizando cálculos simples, ponemos la signatura, k'_r , en función de la signatura del caso del apartado anterior, k_r , que estaba dado para una 16 QAM,

$$\begin{aligned} k'_r &= \frac{W_0}{\log_2 M} \cdot \frac{(\log_2 M/R_b \cdot 10^6)^2}{\tau} \cdot 10^{-B_C/20} \\ k'_r &= W_0 \cdot \frac{\log_2 M \cdot 10^{12}}{\tau \cdot R_b^2} \cdot 10^{-B_C/20} \cdot \frac{\log_2 M_r}{\log_2 M_r} \\ k'_r &= W_0 \cdot \frac{\log_2 M_r \cdot 10^{12}}{\tau \cdot V_b^2} \cdot 10^{-B_C/20} \cdot \frac{\log_2 M}{\log_2 M_r} = k_r \cdot \frac{\log_2 M}{\log_2 M_r} = k_r \cdot \frac{\log_2 M}{4}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Aquí $M_r = 16$ es el número de niveles inicial, el de una 16-QAM.

Introduciendo el valor de la signatura en el cálculo del desvanecimiento selectivo,

$$\begin{aligned} P_{TS} &= \eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot k_r/4 \cdot \log_2 M (\tau_m/T_s)^2 \times 100, \\ P_{TS} &= \eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot k_r/4 \cdot \log_2 M \tau_m^2 (ns)^2 (10^9/(T_b \log_2 M))^2 \times 100, \\ P_{TS} &= \eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot k_r/4 \cdot \tau_m^2 (ns)^2 (10^9 R_b)^2 / \log_2 M \times 100. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Luego podemos concluir que $P_{TS_{mx}}$ crece al disminuir el número de niveles. Y el número de niveles mínimo para cumplir con las recomendaciones es

$$\log_2 M = \eta \cdot C \cdot P_b \cdot 2 \cdot k_r/4 \cdot \tau_m^2 (ns)^2 (10^9 R_b)^2 \times 100 / P_{TS_{mx}} = 1.5103 \Rightarrow M \geq 3. \quad (4.23)$$

P. 4.3 Interrupciones en un radioenlace a 8 GHz

Una compañía va a instalar un radioenlace del servicio fijo entre dos puntos. Se conocen los datos incluidos⁴ en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Datos del radioenlace a 8 GHz.

Ganancias de Antenas	$G = 30 \text{ dB}$
Intensidad de lluvia para el 0.01 % del tiempo	$R_{0.01}=32 \text{ mm/h}$
Potencia transmitida	$PIRE = 62 \text{ dBm}$
Pérdidas de cables y conectores en cada extremo	2 dB
Modulación	QPSK
Para $BER=10^{-3}$ SNR normalizada	$W = E_b/N_0 = 15 \text{ dB}$
Régimen binario	140 Mbps
Figura de ruido referido a la entrada de la etapa de RF	$F_s = 8 \text{ dB}$
Datos indisponibilidad de equipos en cada extremo	$MTTR = 10 \text{ h}$ $MTBF = 200000 \text{ h}$
Frecuencia de trabajo	$f = 7.725\text{-}8.275 \text{ GHz}$
Polarización	Horizontal
Desvanecimiento multitrayecto con factor	$P_0 = 0.27$
Distancia	$d = 16 \text{ km}$
Signatura normalizada del receptor	$k_r = 1$

El enlace no tendrá interrupciones mayores de 10 s en el 0.0336 % del tiempo, ni interrupciones menores de 10 s en el 0.05 %. Habrá interrupción cuando la $BER > 10^{-3}$. El perfil es el dado en la Figura 4.1, y se considera un modelo de propagación de tierra plana con distancia mucho mayor que las alturas de las antenas, $d \gg h_1, h_2$.

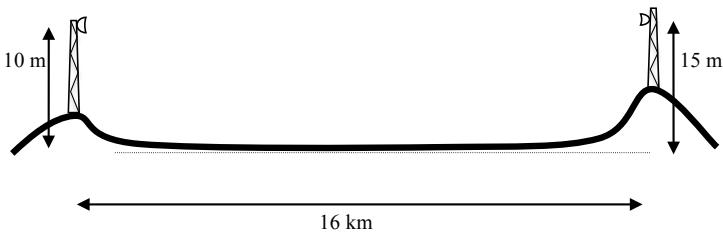


Figura 4.1 Perfil del radioenlace.

Se pide

⁴Ver cuadro nacional de atribución de frecuencias (CNAF), la hoja de utilización UN-59 y la interfaz radioeléctrica reglamentada IR-33, para los radioenlaces del servicio fijo punto a punto en la banda de frecuencias de 8000 MHz.

- a) Comprobar si para un régimen de 565 Mbps el radioenlace cumple con los objetivos para las interrupciones. En caso de que no lo cumpla, aporte posibles soluciones.

Solución.

- a) Para las interrupciones largas, evaluamos la indisponibilidad de equipos y de lluvia. La indisponibilidad de equipos es como sigue. En cada extremo hay dos equipos iguales. Por lo que la indisponibilidad de equipos queda:

$$U_E = 2 \cdot MTTR / (MTBF) \times 100 = 2 \cdot 10 / (200000) \times 100 = 1 \cdot 10^{-2}. \quad (4.24)$$

Como la frecuencia es baja, y además la distancia también, no hay interrupciones largas por lluvia. Por lo que

$$U = U_P + U_E = 0 + 0.01\% < 0.0336\%. \quad (4.25)$$

Luego sí cumple el objetivo.

Respecto a las interrupciones cortas, como el régimen binario es alto, es posible que haya problemas por multitrayecto, tanto plano como selectivo,

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = (P_o \cdot 10^{-M_3/10} + \eta \cdot C \cdot P_b(1) \cdot k \cdot 2 \cdot \tau_m^2 / T_s^2) \times 100 (\%). \quad (4.26)$$

Para el cálculo del margen bruto, para el desvanecimiento plano, hace falta calcular el margen, y este a partir del umbral. El umbral queda:

$$\begin{aligned} P_{dr} &\geq T_{h3} = E_b/N_0|_{\min} \text{ (dB)} - 174 \text{ (dBm/Hz)} + F_s \text{ (dB)} + 10 \log R_b \text{ (bps)} \\ &= 15 - 174 + 8 + 10 \log 565 \cdot 10^6 = -63.48 \text{ dBm}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Y calculando las pérdidas

$$\begin{aligned} L_b &= 40 \log d \text{ (km)} - 20 \log(h_1 h_2) + 120 + \gamma_a \cdot d \\ L_b &= 40 \log 16 \text{ (km)} - 20 \log(10 \cdot 15) + 120 + 0 \cdot d = 124.64 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Utilizando Friis el margen queda,

$$\begin{aligned} M_3 &= PIRE - L_b + G_r - L_{tr} - T_{h3} \\ &= 62 - 124.64 + 30 - 2 - (-63.48) = 28.83 \text{ dB}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

donde las pérdidas por gases atmosféricos a esta frecuencia son mínimas y se han despreciado. Para el desvanecimiento selectivo se calcula $\eta = 1 - \exp(-0.2 \cdot P_o^{0.75}) = 0.0722$ y

$$\tau_m = 0.7 \cdot \left(\frac{d \text{ (km)}}{50} \right)^{1.3} \text{ ns} = 0.159 \text{ ns}. \quad (4.30)$$

El tiempo de símbolo es $T_s = (2/565) \cdot 10^3 \text{ ns} = 3.53 \text{ ns}$. Y el margen ya se calculó anteriormente.

Finalmente

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = 0.035 + 0.063 = 0.098 \% > 0.05 \%. \quad (4.31)$$

Y NO cumple.

Para reducir este porcentaje se podría aumentar la potencia, pero no lograríamos reducirlo más allá de P_{TS} . También se podría introducir diversidad o un receptor de mejores características que incluya igualación. Con esta última solución podemos, consultando el valor de la signature normalizada para un receptor QPSK con igualación, reducir la signature de 1 a 0.2. De forma que quedaría

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = 0.035 + 0.0126 = 0.0479 \%, \quad (4.32)$$

que Sí cumple.

P. 4.4 Radioenlace con difracción

Se considera un vano de radioenlace digital que tiene las características incluidas en la Tabla 4.2 y el perfil en la Figura 4.2. Donde las alturas están dadas sobre el nivel del mar. El radio de la tierra es $R_T = 6370 \text{ km}$.

Tabla 4.2 Datos del radioenlace del servicio fijo.

Ganancias de Antenas	$G = 35 \text{ dB}$
Pérdidas en cables alimentación	0 dB
Intensidad de lluvia para el 0.01 % del tiempo	$R_{0.01} = 324 \text{ mm/h}$
Potencia transmitida	$PIRE = 70 \text{ dBm}$
Modulación	16-QAM
Relación señal a ruido normalizada para $BER=10^{-3}$	$w = E_b/N_0 = 15 \text{ dB}$
Figura de ruido del sistema, conjunto antena y receptor	$F_s = 8 \text{ dB}$
Tiempo medio en reparar	$MTTR = 1 \text{ h}$
Tiempo medio entre fallos de cada transceptor	$MTBF = 20000 \text{ h}$
Frecuencia de trabajo	$f = 7.725\text{-}8.275 \text{ GHz}$
Factor de aparición de multitrayecto	$P_0 = 0.27$
Distancia	$d = 15 \text{ km}$
Signature normalizada del receptor	$k_r = 1.7$
El factor de radio efectivo de la tierra	$k_T = 4/3$
Un radiocanal (una frecuencia de ida y otra de vuelta)	
Polarización vertical	

a) Evalúe las pérdidas básicas de propagación.

- b) Discuta cómo interviene el régimen binario en la indisponibilidad y fidelidad del radioenlace. Compruebe si es viable el radioenlace a un régimen binario de 140 Mbps, en términos de calidad y los objetivos de la (ITU-R F.695) 0.3 % y (ITU-R F.594 y F.634) 0.054 % para indisponibilidad y fidelidad, respectivamente, y 2500 km.

Nota: Recuerde que para distancias menores de 2500 se obtiene un objetivo proporcional a la distancia. Si la distancia es menor de 280 km se obtiene el objetivo para 280 km. Los objetivos dados en el enunciado están dados para la SESR.

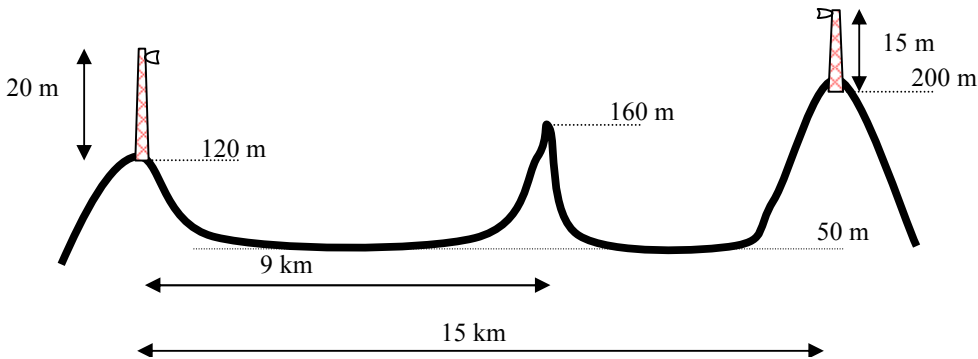


Figura 4.2 Datos del perfil del radioenlace, con difracción.

Solución.

- a) Se calcula primero la flecha para comprobar que estamos en tierra plana, $f < 5$ m, ver Figura 4.3:

$$f(x) = \frac{x \cdot (d - x)}{2k_T R_T} = \frac{9 \cdot (15 - 9)}{2 \cdot 4/3 \cdot R_T} \cdot 10^3 = 3.18 \text{ m.} \tag{4.33}$$

Comprobamos si hay difracción, calculando el radio de la primera zona de Fresnel y la altura del obstáculo, y comprobando si la zona de Fresnel se obstaculiza más allá del

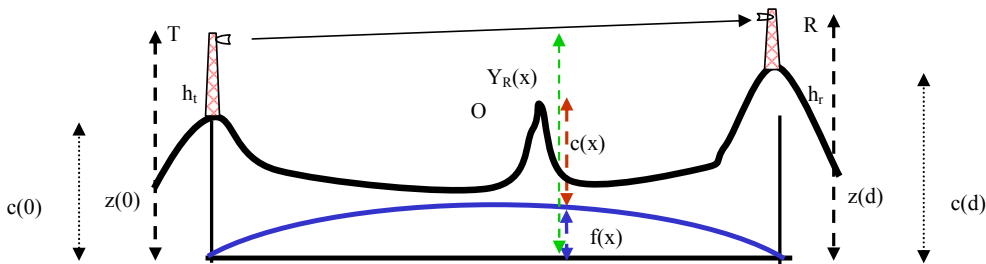


Figura 4.3 Perfil del terreno incluyendo la protuberancia de la tierra y la notación utilizada.

límite permitido. El radio se calcula como

$$R_1 = \{R(\text{m}), f(\text{MHz}), d(\text{km})\} = 548 \sqrt{\frac{d_1 d_2}{f \cdot (d_1 + d_2)}} = 11.82 \text{ m.} \quad (4.34)$$

Por otro lado, calculamos la altura del rayo por encima del obstáculo, a 9 km:

$$y(x) = z(0) + ((z(d) - z(0))/d) \cdot x = 140 + ((215 - 140)/15) \cdot 9 = 185 \text{ m.} \quad (4.35)$$

El despejamiento:

$$h(x) = c(x) + f(x) - y(x) = 160 + 3.18 - 185 = -21.82 \text{ m,} \quad (4.36)$$

y el despejamiento normalizado $h(x)/R_1 = -1.84$ que es bastante menor de -0.6 , luego hay despejamiento suficiente y no hay obstáculo. Además, asumimos que este obstáculo apantalla el rayo reflejado y a la frecuencia 8.275 GHz, peor caso, las pérdidas por lluvia son despreciables. Por lo que las pérdidas son las básicas en el vacío:

$$L_b = L_{bf} = 20 \log(4\pi d/\lambda) = 134.31 \text{ dB.} \quad (4.37)$$

- b) El régimen binario interviene en el margen bruto a través del umbral, afectando al margen para lluvia y para desvanecimiento plano multirayecto. También interviene en la probabilidad o porcentaje de tiempo en el que hay un desvanecimiento selectivo, ya que el ancho de banda es mayor. En este caso no afecta a las pérdidas por lluvia porque la frecuencia es menor de 10 GHz. De forma que sólo interviene en el desvanecimiento multirayecto, esto es, en la pérdida de fidelidad.

Primero evaluamos la indisponibilidad y luego la fidelidad. La primera viene dada por la suma de la indisponibilidad por propagación (lluvia) y por indisponibilidad debida a equipos,

$$U_T = U_P + U_E \leq 0.0336 \%, \quad (4.38)$$

donde el objetivo, según la recomendación de la ITU, es $0.3 \cdot 280/2500 = 0.0336 \%$.

El primero es cero, ya que la frecuencia es menor de 10 GHz, y por debajo de esta frecuencia la probabilidad de tener un desvanecimiento debido a lluvia es muy pequeña,

$$U_P \approx 0 \%. \quad (4.39)$$

La indisponibilidad por equipos,

$$U_E = 2 \times MTTR/MTBF \times 100 = 0.01 \%, \quad (4.40)$$

donde se ha tenido en cuenta que tenemos dos equipos transceptores, uno en cada extremo.

De forma que

$$U_T = 0.01 \% < 0.0336 \%, \quad (4.41)$$

luego es menor que el objetivo fijado por la ITU. Se constata que el régimen binario no interviene en el cálculo de indisponibilidad.

Respecto a la fidelidad, se calcula la suma de los tiempos en los que hay pérdida de fidelidad debido a desvanecimiento plano y selectivo,

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} \leq 0.006 \%, \quad (4.42)$$

y se compara con el objetivo que, según la recomendación de la ITU, es $0.054 \cdot 280/2500 = 0.006 \%$, dado que la longitud es menor de 280 km.

Para calcular el desvanecimiento plano, P_{TP} , necesitamos calcular el margen. La potencia recibida es

$$C = P_r = PIRE - L_b + G = -29.32 \text{ dBm}. \quad (4.43)$$

Suponemos $R_b = 140 \text{ Mbps}$ y calculamos el umbral,

$$T_{h3} = W(\text{dB}) + F_s(\text{dB}) + 10 \log(R_b(\text{bps})) - 174(\text{dBm/Hz}) = -69.54 \text{ dBm}. \quad (4.44)$$

Restamos ambos valores para obtener el margen,

$$M_3 = C - T_{h3} = 40.22 \text{ dBm}. \quad (4.45)$$

Nótese que dado que las pérdidas en conectores y cables es cero, da igual si tomamos el conector de antena receptora o la entrada del receptor como puntos de referencia para el ruido. El desvanecimiento plano viene dado por

$$P_{TP} = P_0 10^{-(M_3/10)} \times 100 = 0.0026 \%. \quad (4.46)$$

Si calculamos ahora el valor de P_{TS} para $R_b = 140 \text{ Mbps}$,

$$P_{TS} = \eta \cdot C \cdot P_b \cdot k_r \cdot 2 \cdot (\tau_m/T_s)^2 \times 100 = 0.0034 \%, \quad (4.47)$$

donde $C = 1$ y $P_b = 1$, son valores usados habitualmente, y

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \exp(-0.2 \cdot P_0^{0.75}) = 0.0722 \\ \tau_m &= 0.7 \cdot (d/50)^{1.3} = 0.1463 \text{ ns} \\ N &= \log_2(16) = 4 \\ T_s &= N/R_b \cdot 10^9 = 28.57 \text{ ns}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Queda

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = 0.004 \% \leq 0.006 \%, \quad (4.49)$$

que es menor que el objetivo, luego cumple. El radioenlace cumple con las especificaciones de fidelidad.

P. 4.5 Interrupciones en un radioenlace a 13 GHz

Una compañía va a instalar un radioenlace del servicio fijo entre dos puntos. Cada extremo consta de una unidad interna, equipo de interior, que envía la señal a una unidad externa que está situada justo detrás de la antena. La unidad externa es la que hace de transceptor, sube (y baja, en recepción) a radiofrecuencia. Se conocen además los datos en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3 Datos de radioenlace a 13 GHz.

Ganancias de Antenas	$G = 35.2$ dB
Atenuación por lluvia	ver figura adjunta
Potencia transmitida	$PIRE = 62$ dBm
Modulación	QPSK
Para $BER=10^{-3}$, SNR normalizada	$W = E_b/N_0 = 15$ dB
Régimen binario	E4 140 Mbps
Figura de ruido referido a la entrada de la etapa de RF	$F_s = 8$ dB
Datos equipos de unidades exteriores:	$MTTR = 5$ h, $MTBF = 35$ años
Datos equipos de unidades interiores:	$MTTR = 5$ h, $MTBF = 110$ años
Frecuencia de trabajo	$f = 13$ GHz
Factor de aparición de multitrayecto	$P_o = 0.27$
Distancia	$d = 15$ km
Signatura normalizada del receptor	$k_r = 1$, sin igualación

También se sabe que entre antena y unidad externa hay conectores que introducen 2 dB de pérdidas.

Para este tipo de enlace, y distancias menores de 280 km, no se tendrán interrupciones mayores de 10 s en el 0.0336 % del tiempo, ni interrupciones menores de 10 s en el 0.15 %. Habrá interrupción cuando la $BER > 10^{-3}$. El perfil es tal que el rayo reflejado está apantallado y no hay pérdidas por difracción. La atenuación excedida en el p % del tiempo debido a lluvia para 15 km, 13 GHz y esa zona climatológica, viene dada por la Figura 4.4 para la polarización usada, vertical.

Se pide

- Comprobar que el radioenlace cumple con los objetivos fijados para las interrupciones. Suponga que no hay reflexión ni difracción.
- Comprobar si el radioenlace cumple con los objetivos fijados para las interrupciones si el radioenlace constara de dos vanos iguales al descrito.

Solución.

- Para las interrupciones largas, evaluamos la indisponibilidad de equipos y de lluvia. La indisponibilidad de equipos es como sigue. En cada extremo hay dos equipos, unidad

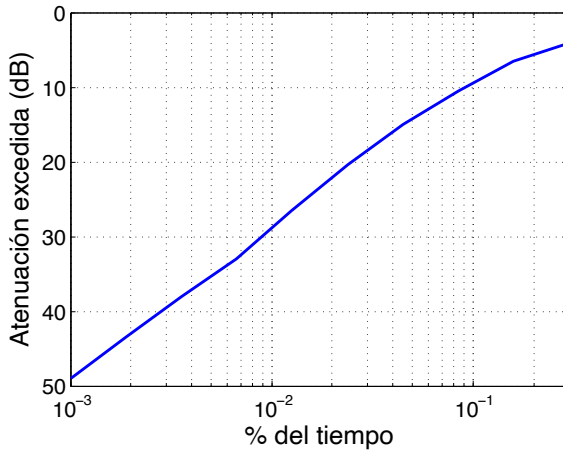


Figura 4.4 Atenuación por lluvia excedida en el p % del tiempo para 13 GHz, 15 km de distancia y polarización vertical.

externa y unidad interna. El conjunto de los dos es un equipo con igual tiempo de reparación y tiempo medio entre fallos dado por:

$$\begin{aligned} 1/MTBF_t &= 1/MTBF_{int} + 1/MTBF_{ext} \\ &= 1/(110 \cdot 365 \cdot 24) + 1/(35 \cdot 365 \cdot 24) \Rightarrow MTBF_t = 232593 \text{ h.} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Y el conjunto del radioenlace tiene una indisponibilidad que es el doble de la indisponibilidad de cada extremo. Por lo que la indisponibilidad de equipos queda:

$$U_E = 2 \cdot MTTR/MTBF_t \times 100 = 2 \cdot 5/(232593) \times 100 = 4.3 \cdot 10^{-3}. \quad (4.51)$$

La indisponibilidad por lluvia se calcula a partir del margen, y éste a partir del umbral y la potencia recibida. El umbral es el siguiente:

$$\begin{aligned} P_{dr} \geq T_{h3} &= E_b/N_0|_{\min} - 174 \text{ dBm/Hz} + F_s + 10 \log R_b (\text{bps}) \\ &= 15 - 174 + 8 + 10 \log 140 \cdot 10^6 = -69.53 \text{ dBm.} \end{aligned} \quad (4.52)$$

La potencia recibida depende de la potencia transmitida y de las pérdidas, a través de la fórmula de Friis. Las pérdidas para el perfil descrito se corresponden con las pérdidas en espacio libre más las pérdidas por gases atmosféricos, que se pueden consultar en [6] o en las recomendaciones de la ITU,

$$\begin{aligned} L_b &= 92.45 + 20 \log f (\text{GHz}) + 20 \log d (\text{km}) + \gamma_a \cdot d \\ &= 92.45 + 20 \log 13 + 20 \log 15 (\text{km}) + 0.02 \text{ dB/km} \cdot d (\text{km}) = 138.55 \text{ dB} \end{aligned} \quad (4.53)$$

y el margen,

$$\begin{aligned} M_3 &= PIRE - L_b + G_r - L_{tr} - T_{h_3} \\ &= 62 - 138.5 + 35 - 2 - (-69.53) = 26.2 \text{ dB.} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Las pérdidas por gases atmosféricos a esta frecuencia han resultado ser mínimas y por ello se han despreciado. Con este margen y consultando la figura adjunta, se tiene un

$$U_P = p = 0.015 \% \quad (4.55)$$

Y en total

$$U = U_P + U_E = 0.0193 \% < 0.0336 \% \quad (4.56)$$

Luego Sí cumple el objetivo. Respecto a las interrupciones breves, creadas por desvanecimiento multitrayecto, estas vienen dadas por la expresión

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = (P_o \cdot 10^{-M_3/10} + \eta \cdot C \cdot P_b(1) \cdot k \cdot 2 \cdot \tau_m^2 / T_s^2) \times 100 (\%) \quad (4.57)$$

donde $\eta = 1 - \exp(-0.2 \cdot P_o^{0.75}) = 0.0722$ y

$$\tau_m = 0.7 \cdot \left(\frac{d(\text{km})}{50} \right)^{1.3} \text{ ns} = 0.1463 \text{ ns.} \quad (4.58)$$

El tiempo de símbolo es $T_s = (2/140) \cdot 10^3 \text{ ns} = 14.28 \text{ ns}$. Y el margen ya se calculó anteriormente. Finalmente

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = 0.0649 + 0.0033 = 0.0682 \% < 0.15 \%. \quad (4.59)$$

Sí cumpliendo los objetivos. Si se desease reducir este valor, se podría aumentar la potencia, pues las interrupciones cortas están limitadas por potencia, esto es, por desvanecimiento plano y no selectivo. También se podría utilizar diversidad.

- b) Si el radioenlace tuviera dos vanos, y como la distancia suma de los dos es menor de 280 km, los objetivos quedarían igual. Y el porcentaje de indisponibilidad y de pérdida de fidelidad (calidad) se duplicaría. En este escenario vemos que

$$U_{2 \text{ vanos}} = 2 \cdot U = 2 \cdot 0.0193 \% = 0.0386 \% \not< 0.0336 \%, \quad (4.60)$$

por lo que no cumpliría, por poco, con los objetivos de indisponibilidad. Respecto a los objetivos de fidelidad,

$$P_{TT,2 \text{ vanos}} = 2P_{TT} = 2 \cdot 0.0682 \% = 0.1364 \% < 0.15 \%, \quad (4.61)$$

que Sí cumple con los objetivos. Para hacer el radioenlace viable, se podrían introducir, por ejemplo, un sistema redundante (HSB) 1+1.

P. 4.6 Radioenlace del servicio fijo a 13 GHz

Una compañía de telefonía móvil desea instalar un radioenlace digital del servicio fijo a 13 GHz, para unir dos estaciones base a través de un vano de 15 km de longitud. El enlace tiene un obstáculo agudo de incidencia rasante, esto es, con despejamiento $h = 0$ y que introduce unas pérdidas de 6 dB a la par que evita cualquier reflexión en el suelo.

Se propone utilizar para ello equipos de la serie Flexi-Hopper de Nokia para una transmisión dúplex⁵ de $2 \times 2E1$, resultando 4.2 Mbps en cada sentido modulados en un radiocanal. Tanto el transmisor como el receptor constan de una unidad interior (IU), al pie de la torre, y una unidad exterior (OU) con la etapa de RF junto a la antena, en el extremo superior de las torres, de 15 m. Se sabe, además, que hay una probabilidad $\eta = 25.73\%$ de que exista actividad multitrayecto en el vano para esa zona climática. Además, para esa zona climática y la polarización usada, vertical, se conoce la atenuación, A_p , excedida en el $p\%$ del tiempo, ver Figura 4.5. Se conocen, además, los siguientes datos:

- Potencia transmitida (entregada a antena) regulable -5 a 20 dBm
- Ganancia antenas 40.5 dBi
- Modulación $\pi/4$ -DQPSK
- Potencia recibida necesaria para $BER = 10^{-3}$ y 2E1 (4.2 Mbps), $P_{dr} = -89$ dBm
- Figura de ruido del sistema 6 dB
- HSB 1+1, tanto en OU como en IU
- Tiempo medio entre fallos, $MTBF=35$ años para OU y $MTBF=110$ años para IU
- Tiempo medio en reparar, $MTTR=20$ horas tanto para OU como IU
- Signatura normalizada del receptor $k = \log_2 M$, M el número de puntos de la constelación de la modulación

El operador ha fijado como criterios de calidad el tanto por ciento del tiempo en el que el sistema sufre interrupciones largas y cortas, y como objetivos que las primeras ($>10s$, $BER > 10^{-3}$) no superen el 0.0336 % y las cortas (≤ 10 s, $BER > 10^{-3}$) no superen el 0.006 % anual. El departamento de radio tiene que calcular la mínima potencia transmitida para la que el enlace sea viable, evitando así interferencias a otros sistemas.

Se pide

- a) Calcular el valor de esta potencia. Indique si es necesario mantener en el diseño el HSB.

Solución.

- a) En principio la frecuencia de trabajo no es muy alta, lo que hace pensar que el enlace no estará limitado por lluvia. Los tiempos medios entre fallos son grandes, lo que parece indicar que la indisponibilidad, o interrupciones largas, no va a ser un problema. Mientras que sí lo será la pérdida de fidelidad, o interrupciones breves, en las que, como el régimen binario es bajo, ≤ 34 Mbps, el efecto del desvanecimiento selectivo es despreciable.

⁵el $2 \times$ indica que se utilizan las dos polarizaciones para transmitir.

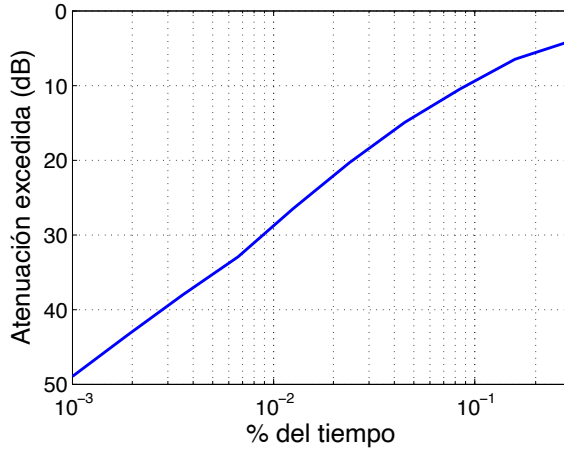


Figura 4.5 Atenuación por lluvia excedida en el p % del tiempo para 13 GHz, 15 km de distancia y polarización vertical.

Procedemos calculando el margen necesario para que se cumplan los objetivos de interrupciones largas (indisponibilidad) y cortas (fidelidad) y quedarnos con el más restrictivo, el mayor. Para luego calcular la potencia transmitida necesaria.

Calculamos primero el margen necesario para que se cumpla la indisponibilidad. La indisponibilidad de equipos sería la resultante de la suma de la indisponibilidad en cada extremo. En cada extremo tenemos dos equipos funcionando, la IU y la OU, el *MTBF* equivalente es

$$\begin{aligned} MTBF_e &= (MTBF_{IU}^{-1} + MTBF_{OU}^{-1})^{-1} \\ &= ((110 \cdot 24 \cdot 365)^{-1} + (35 \cdot 24 \cdot 365)^{-1})^{-1} = 2.3259 \cdot 10^5, \end{aligned} \quad (4.62)$$

Y calculamos

$$q = MTTR / (MTTR + MTBF_e) = 20 / (20 + 2.3259 \cdot 10^5) = 8.5980 \cdot 10^{-5}. \quad (4.63)$$

para finalmente estimar la indisponibilidad

$$\begin{aligned} U_e &= 2 \cdot 100 \cdot \binom{M+N}{N+1} (mq)^{N+1} \\ &= 2 \cdot 100 \cdot \binom{1+1}{1+1} (1 \cdot 8.5980 \cdot 10^{-5})^{1+1} = 1.478510^{-6} \%, \end{aligned} \quad (4.64)$$

Hemos tenido en cuenta el HSB 1+1, luego veremos al final si es necesario mantenerlo. donde $m = 1$ porque tenemos un vano y $M = N = 1$ porque el HSB (Hot Stand By) es $M + N = 1 + 1$. Dado que el máximo valor permitido es 0.0336 % y que el valor anterior de indisponibilidad por equipos es muy muy pequeño, el máximo valor permitido

para indisponibilidad por propagación es, aproximadamente este mismo valor,

$$U = U_e + U_p = 1.4785 \cdot 10^{-6} + U_p \Rightarrow U_p \approx 0.0336 \%. \quad (4.65)$$

Mirando en la figura de atenuación por lluvia el valor del margen soportado, queda $M_{3,U} = 18$ dB, aproximadamente.

Para calcular la pérdida de fidelidad calculamos la probabilidad de tener un desvanecimiento multitrayecto, obviando los desvanecimientos selectivos, dado que el régimen binario es reducido, menor de 34 Mbps,

$$P_{TT} = P_{TP} + P_{TS} = P_{TP} \leq 0.006 \%, \quad (4.66)$$

donde

$$P_{TP} = P_0 10^{-(M_3/10)} \times 100 \leq 0.006 \%. \quad (4.67)$$

Despejamos el margen necesario,

$$M_{3,P_{TT}} = -10 \log(6 \cdot 10^{-5} / P_0) = 44.51 \text{ dB}, \quad (4.68)$$

donde el valor del factor de aparición de multitrayecto (Multipath Occurrence Factor), P_0 , se calcula a partir del valor del actividad multitrayecto $\eta = 0.2573$ (en tanto por uno),

$$\eta = 1 - \exp(-0.2 \cdot P_0^{0.75}) \Rightarrow P_0 = 1.697. \quad (4.69)$$

Como se preveía, el margen para asegurar la fidelidad es el más restrictivo, y es el que fija la potencia entregada, tal como sigue. La potencia recibida es, por Friis,

$$\begin{aligned} C &= P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r - L_{tr} \\ &= P_{et} - 0 + 40.5 - 144.54 + 40.5 - 0 = P_{et} - 63.54 \text{ dBm}, \end{aligned} \quad (4.70)$$

donde

$$\begin{aligned} L_b &= 20 \log(4\pi d / \lambda) + L_D + \gamma_{o+w} d \\ &= 20 \log(4\pi 15000 / 0.0231) + 6 + 0.02 \cdot 15 = 144.54 \text{ dB}, \end{aligned} \quad (4.71)$$

y donde a su vez, las pérdidas por difracción correspondientes a un despejamiento $h = 0$ m son 6 dB, no se ha tenido en cuenta ninguna reflexión, y la atenuación específica de gases atmosféricos se ha consultado en la gráfica correspondiente⁶.

Dado que el umbral o sensibilidad es dato, $T_{h3} = -89$ dBm, y el margen bruto calculado es $M_3 = 44.51$ dB

$$C_{min} = T_{h3} + M_3 = -44.48 \text{ dBm}. \quad (4.72)$$

Igualando,

$$P_{et} - 63.54 = -44.48 \text{ dBm} \Rightarrow P_{et} = 19.06 \text{ dBm}. \quad (4.73)$$

Finalmente, se concluye tal como sigue que el HSB no es necesario. Para la potencia

⁶Ver [6] ó las recomendaciones de la ITU.

entregada calculada el margen bruto es de 44.51 dB y la indisponibilidad por lluvia es insignificante, $U_p = 0.002$ en la figura. La indisponibilidad por equipos sin HSB queda

$$U_e = 2 \cdot 100 \cdot q = 0.0172 \%, \quad (4.74)$$

que sumada a la U_p es menor del objetivo.

P. 4.7 Radioenlace a 60 GHz

Se desea analizar en Sevilla la viabilidad de un radioenlace del servicio fijo en la banda industrial, científica y médica -*industrial scientific and medical* (ISM)- (ICM) a 61-61.5 GHz. Se utilizarán equipos Nokia. Cada extremo consta de un par de equipos, una unidad indoor (IU) o de interior y una unidad outdoor (OU) o de exterior. La unidad de exterior consta de dos bloques, una etapa de RF seguida de la antena. La unidad de interior y la exterior se conectan en bda base a través de una interfaz propietaria denominada flexbus. La unidad interior (IU) tiene un tiempo medio entre averías muy grande comparado con el de la unidad exterior, de forma que la IU no se tiene en cuenta a la hora de calcular la indisponibilidad total. La unidad de exterior tiene las siguientes características:

- Tasa de transmisión en cada sentido 8 Mbps
- Detección Doble Diferencial (DDD), FEC y entrelazado que nos dan un valor necesario de -71 dBm para una BER de 10^{-3}
- Ganancia de antena 34 dBi
- La pérdida de la conexión entre la etapa de RF y la antena es despreciable
- Cumple con la norma ETS 300 408 que establece un ancho de banda de 100 MHz
- Tiempo medio entre fallos, MTBF, del conjunto IU+OU es de 44 años
- Tiempo medio en reparar, MTTR, de 12 h
- Transmisión en TDD
- PIRE máxima de 15 dBW
- Pérdidas por desapuntamiento de antenas 5 dB
- Modulación MSK
- Alturas de antenas de 40 m
- Polarización vertical
- Signatura normalizada de 15 para una BER de 10^{-3}

En cuanto a las características de la propagación en esta localización

- Se aporta el cálculo de la atenuación por lluvia excedida en un p % del tiempo para esta zona climatológica y polarización vertical en la Figura 4.6.
- En cuanto al multitrayecto en la zona, el factor P_o de aparición de multitrayecto (MOF, multipath occurrence factor) responde a la expresión $0.27 \cdot \left(\frac{f}{4}\right) \cdot \left(\frac{d}{50}\right)^3$ con f en GHz y d en km.

Se desea utilizar estos equipos para cubrir un sólo vano entre dos edificios dentro de un campus universitario que distan 800 m. En el análisis del radioenlace, un solo vano, y para un solo canal, se asume visión directa y ausencia de reflexión intensa en el suelo.

- a) Discuta cómo afectarán los siguientes factores a la hora de analizar el radioenlace: gases atmosféricos, lluvia, vegetación, difracción, multitrayecto e interferencias. Indique de forma precisa si hay que tenerlos en cuenta o no y en caso afirmativo describa brevemente cuál sería el efecto.
- b) Calcule si para esa distancia, 800 m, y un valor de indisponibilidad (interrupciones mayores de 10 s) igual al impuesto por la UIT (ITU-R F.695) de valor 0.0336 %, el enlace es viable.
- c) Calcule el valor de fidelidad (interrupciones cortas, menores de 10 s) en cuanto a SES y verifique si cumple el objetivo de la UIT (ITU-R F.594 y F.634) de 0.006 %.

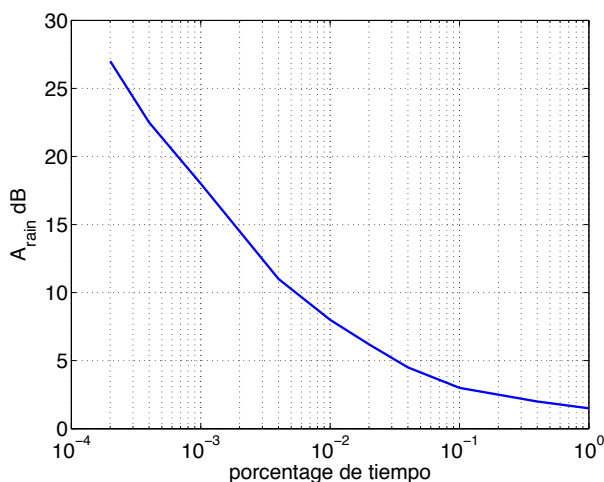


Figura 4.6 Atenuación por lluvia excedida en un porcentaje del tiempo para 60 GHz y 800 m, con polarización vertical.

Solución.

- a) Pasamos a describir el efecto a 60 GHz:
 - Gases atmosféricos: la frecuencia está en un pico de atenuación elevado. Afectará de forma decisiva.
 - Lluvia: tendrá un efecto marcado que limitará la distancia máxima.
 - Difracción: a esta frecuencia el radio de la primera zona de Fresnel es muy pequeño y se exige línea de visión directa -*line of sight* - (LOS).
 - Vegetación: el efecto es pronunciado y se comporta como una difracción.
 - Multitrayecto: como las distancias serán cortas y aún siendo los márgenes pequeños no serán un problema.

- Interferencias: siendo una banda ICM tiene en principio problemas de interferencia. Pero como la atenuación debido a gases atmosféricos es grande, no se causa interferencias elevadas a otros sistemas a menos que estén muy cerca. Por eso incluso en la banda licenciada en España de 57-59 GHz no otorgan canales concretos sino sólo la posibilidad de transmitir. Por otra parte, este tipo de radioenlace se utiliza en comunicaciones entre satélites, ya que allí la atenuación por gases atmosféricos es irrelevante. Es más, se evitan así interferencias desde tierra.

- b) El objetivo proporcionado es el de la recomendación ITU-R F.695 para una distancia inferior o igual a 280 km. Analizamos la indisponibilidad de equipos y de propagación:

$$U = U_E + U_p \leq 0.0336 \%. \quad (4.75)$$

La indisponibilidad por equipos, hay 2, uno en cada extremo del radioenlace

$$2U_i (\%) \approx 2 \frac{MTTR}{MTBF} \times 100 = 2 \frac{0.5}{44 \cdot 365} \times 100 = 0.0062. \quad (4.76)$$

Para calcular la indisponibilidad por lluvia calculamos el margen bruto,

$$\begin{aligned} M_3 &= PIRE - L_b + G_r - L_{tr} - T_{h_3} = (15 + 30(\text{dBm})) - L_b + 34 - 0 - (-71) \\ &= 150 - L_b. \end{aligned} \quad (4.77)$$

Faltaría por calcular las pérdidas,

$$L_b = 92.45 + 20 \log f(\text{GHz}) + 20 \log d(\text{km}) + \gamma_a \cdot d + L_a, \quad (4.78)$$

donde L_a son las pérdidas adicionales, en este caso por desapuntamiento. Con $d = 0.8$ km queda,

$$\begin{aligned} L_b &= 92.45 + 20 \log 61.5 + 20 \log 0.8(\text{km}) + 15\text{dB/km} \cdot 0.8(\text{km}) + 5 \\ &= 143.28 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (4.79)$$

Y el margen,

$$M_3 = 150 - L_b = 6.71 \text{ dB}. \quad (4.80)$$

Haciendo $M_3 = A_p = A_{rain}$ y despejando $U_p = p$ queda, mirando en la Figura 4.6, $U_p = 0.02 \%$, que sumado a la indisponibilidad por equipos, resulta

$$U = U_E + U_p = 0.0062 + 0.02 = 0.0262 \%, \quad (4.81)$$

que es menor del objetivo, *cumpléndolo*.

- c) Respecto al desvanecimiento multirayecto, el factor de aparición de desvanecimiento

queda

$$P_0 = 0.27 \cdot \left(\frac{f}{4}\right) \cdot \left(\frac{d}{50}\right)^3 = 0.27 \cdot \left(\frac{61.5}{4}\right) \cdot \left(\frac{0.8}{50}\right)^3 = 1.7 \cdot 10^{-5}, \quad (4.82)$$

para $d = 0.8$ km $P_0 = 1.5 \cdot 10^{-5}$. Este valor es muy bajo, debido a que la distancia es reducida. La pérdida de fidelidad, debida a multitrayecto, responde a la expresión

$$\begin{aligned} P_{TT} &= P_{TP} + P_{TS} \\ &= (P_0 \cdot 10^{-M_3/10} + \eta CP_b(1)k2\tau_m^2/T_s^2) \times 100 (\%) \leq 0.006 \% (d < 280 \text{ km}), \end{aligned} \quad (4.83)$$

donde $\eta = 1 - \exp(-0.2 \cdot P_0^{0.75}) = 5.2957 \cdot 10^{-5}$ y $\tau_m = 0.7 \cdot \left(\frac{d(\text{km})}{50}\right)^{1.3}$ ns = 0.0032 ns. El tiempo de símbolo es 125/2 ns, ya que se transmiten 8 Mbps en cada sentido en TDD y la tasa efectiva es de 16 Mbps. Además, al ser una MSK, se trata de una modulación binaria. Para regímenes menores de 34 Mbps el P_{TS} es despreciable, no obstante, lo calculamos. Por otro lado, tenemos calculado el margen del apartado anterior, $M_3 = 6.6$ dB. Sustituyendo valores,

$$\begin{aligned} P_{TT} &= P_{TP} + P_{TS} \\ &= (1.5 \cdot 10^{-5} 10^{-M_3/10} + 5.29 \cdot 10^{-5} \cdot 1 \cdot 2.14 \cdot 15 \cdot 2 \cdot (0.0032/62.5)^2) \times 100 \\ &= (3.619 \cdot 10^{-6} + 9.218 \cdot 10^{-12}) \times 100 = 3.619 \cdot 10^{-4} \% \ll 0.006 \%. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Se concluye que *sí se cumplen* los objetivos de fidelidad y que el factor que limita la distancia es la indisponibilidad. Se observa además que debido a que la distancia es muy pequeña, la dispersión del retardo del segundo trayecto respecto al primero en el modelo de dos rayos es muy pequeña. Además, el tiempo de símbolo no es muy pequeño, lo que disminuye el efecto de la interferencia entre símbolos. De hecho podríamos haber obviado el cálculo, ya que para regímenes binarios menores de 34 Mbps no se suele calcular. Por todo ello, la probabilidad de tener desvanecimiento selectivo es despreciable.

P. 4.8 Repetidor activo no regenerativo

Se propone realizar un radioenlace entre dos puntos, A y C. En principio utilizando frecuencias de la banda ICM a 2.4 GHz. El radioenlace tiene dos vanos, con un repetidor activo no regenerativo, B, back-to-back en un punto intermedio, de g_B de ganancia. Las distancias entre A y B, y entre B y C son d_{AB} y d_{BC} respectivamente, de valores aproximadamente iguales $d_{AB} = d_{BC} = d$. Se utilizan antenas parabólicas, todas iguales de ganancia g_a , diámetro D y rendimiento η . Todas las alturas de antena sobre el suelo son aproximadamente iguales, de valor h . Ver Figura 4.7. Se necesita a la salida de la cabecera ó front-end una relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido, E_b/N_0 , de 10 dB para un régimen binario de 11 Mbps.

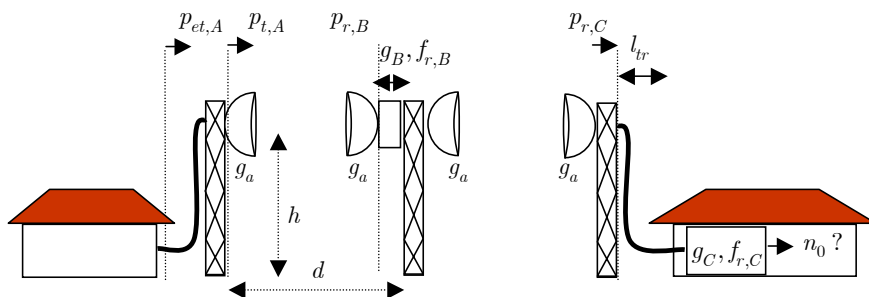


Figura 4.7 Esquema del repetidor.

Tabla 4.4 Datos Apartado C.

$P_{t,A} = 10 \log p_{t,A}(\text{mW}) = 0 \text{ dBm}$	$G_B = 10 \log g_B = 26 \text{ dB}$	$F_{r,B} = 10 \log f_{r,B} = 5.5 \text{ dB}$
$h = 20 \text{ m}, d = 5 \text{ km}$	$G_C = 10 \log g_C = 20 \text{ dB}$	$F_{r,C} = 10 \log f_{r,C} = 4 \text{ dB}$
$\gamma_{tr} = 0.05 \text{ dB/m}$	$G_a = 10 \log g_a = 26.3 \text{ dB}$	$T_0 = 290 \text{ K}$

- Demuestre que para un solo vano, si se usan antenas parabólicas de diámetro fijo, y si la propagación fuese en espacio libre, la potencia recibida en función de la potencia transmitida no disminuye al aumentar la frecuencia, f . ¿Qué dependencia tiene con la frecuencia? Repita los cálculos para calcular la dependencia con la frecuencia si la propagación fuese en tierra plana ($d > 12h_t h_r \lambda$).
- Calcule la potencia recibida en C, $P_{r,C}$, en función de la potencia transmitida en A, $p_{t,A}$, si se asume modelo de tierra plana ($d > 12h_t h_r \lambda$). Expresé la potencia recibida en función, entre otros, de los parámetros D, η, h, f, d y c . Donde c es la velocidad de propagación.
- El repetidor tiene una figura de ruido $f_{r,B}$. Se utiliza como cabecera en C un transceptor que tiene una figura de ruido $f_{r,C}$ y una ganancia en recepción g_C . Los cables entre antena y transceptor, tienen unas pérdidas l_{tr} , función de una atenuación específica de γ dB/m. Se desprecian pérdidas en conectores. Calcule la densidad espectral de potencia de ruido a la salida del receptor en C en función, entre otros, de $T_0, l_{tr}, f_{r,B}, f_{r,C}, d, g_B, g_C$ y g_a . Donde T_0 es la temperatura de ruido ambiente. Discuta el efecto del repetidor B en el ruido total. Asuma modelo de tierra plana ($d > 12h_t h_r \lambda$).
- Si se tienen los datos en la Tabla 4.4, calcule la relación portadora a densidad espectral de ruido. También, indique si el radioenlace es viable en términos de sensibilidad. Utilice las aproximaciones que estime oportunas, justificándolas. Indique las unidades en el resultado final y en todos los pasos intermedios.
- Si el repetidor B y el receptor en C tienen igual punto de intercepto de tercer orden, indique y explique si a efectos de cálculo de intermodulación a la salida del receptor

en C, el repetidor puede obviarse, introduce una intermodulación parecida a la del receptor C, o si por el contrario es el elemento que más contribuye a la distorsión.

Solución.

- a) Si las antenas son parabólicas y de diámetro fijo, la ganancia aumenta con la frecuencia. Para demostrarlo basta con expresar la ganancia de la antena en función de la longitud de onda y también las pérdidas en vacío:

$$g_a = \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \quad (4.85)$$

y

$$l_{bf} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2. \quad (4.86)$$

Después se expresa la potencia recibida en función de la potencia transmitida,

$$\begin{aligned} p_r &= p_t \cdot g_a \cdot (1/l_{bf}) \cdot g_a = p_t \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \left(\frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \\ &= p_t \left(\eta \frac{(\pi D)^2}{4\pi d c} \right)^2 f^2. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Y se demuestra que no sólo no disminuye la potencia recibida con la frecuencia, sino que hay una ganancia cuadrática a medida que aumenta la misma.

En tierra plana $l_b = d^4/(h_t \cdot h_r)^2$, esto es, no hay dependencia con la frecuencia. Queda una dependencia de orden cuarto,

$$\begin{aligned} p_r &= p_t \cdot g_a \cdot (1/l_b) \cdot g_a = p_t \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \frac{(h_t \cdot h_r)^2}{d^4} \eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \\ &= p_t \left(\eta \frac{h_t h_r (\pi D)^2}{d^2 c^2} \right)^2 f^4 = p_t \eta^2 \left(\frac{h \pi D}{d c} \right)^4 f^4, \end{aligned} \quad (4.88)$$

donde c es la velocidad de propagación.

- b) La potencia recibida en B es

$$p_{r,B} = p_{t,A} \cdot g_a \cdot (1/l_b(d_{AB})) \cdot g_a. \quad (4.89)$$

La recibida en C,

$$\begin{aligned} p_{r,C} &= p_{t,B} \cdot g_a(1/l_b(d_{BC}))g_a = p_{t,A}g_a(1/l_b(d_{AB}))g_a \cdot g_B \cdot g_a(1/l_b(d_{BC}))g_a \\ &= p_{t,A}g_a^4g_C/l_b(d_{AB})l_b(d_{BC}) = p_{t,A}g_B\eta_a^4 \left(\frac{\pi D_a}{\lambda} \right)^8 \frac{h^8}{d_{AB}^4 d_{BC}^4} \\ &= p_{t,A}g_B\eta_a^4 \left(\frac{\pi h D_a}{c d} \right)^8 f^8. \end{aligned} \quad (4.90)$$

- c) El ruido a la salida del transceptor en C es el ruido introducido por este, $n_{0,C}$, más el del cable de alimentación de C, más el de la antena en C, más el transmitido por B, $n_{0,B}$, y atenuado por el medio. Así,

$$n_0 = n_{0,C}(1/l_{tr})g_C + n_{0,B}g_Bg_a(1/l_b)g_a(1/l_{tr})g_C \quad (4.91)$$

donde

$$\begin{aligned} n_{0,B} &= kT_{s,B} = \{T_a = T_0\} = kT_0f_{r,B} \\ n_{0,C} &= kT_{s,C} = \{T_a = T_0\} = kT_0l_{tr}f_{r,C} \end{aligned} \quad (4.92)$$

están referidos a la salida de las antenas. Queda

$$\begin{aligned} n_0 &= kT_0l_{tr}f_{r,C}(1/l_{tr})g_C + kT_0f_{r,B}g_Bg_a(1/l_b)g_a(1/l_{tr})g_C = \\ &= kT_0f_{r,C}g_C + kT_0f_{r,B}g_Bg_Cg_a^2/l_b l_{tr}. \end{aligned} \quad (4.93)$$

Reescribiendo esta expresión en términos de las pérdidas,

$$n_0 = kT_0f_{r,C}g_C + kT_0f_{r,B}g_Bg_C \frac{1}{l_{tr}}g_a^2(h/d)^4. \quad (4.94)$$

El peso, la importancia, que en el ruido final tiene el repetidor frente al del receptor C dependerá sobre todo del valor $g_Bg_a^2(h/d)^4$. Como la altura de antena está en el orden de metros y la distancia en km, el último factor tendrá un valor por encima de -80 dB. En el producto $g_Bg_a^2$ las antenas tienen unos 20 dB de ganancia (40 dB), mientras la ganancia del repetidor sea menor de unos 30 dB, el ruido en el repetidor, si tiene una figura de ruido similar a la del receptor, no hay que tenerlo en cuenta. Esto es, el nivel de señal que llega a C es bajo, y el ruido introducido por C es relevante. Si B introdujese un valor muy elevado, la señal que llega a C es muy alta comparada con el ruido generado por este receptor y el ruido que importa es el que añadiese el repetidor.

- d) Calculamos la potencia recibida:

$$\begin{aligned} p_{r,C} &= p_{t,A} \cdot g_a^4 \cdot g_B/l_b^2 = P_{t,A} + 4G_a + G_B - 2L_b \\ &= 0 \text{ dBm} + 105.6 + 26 - 192 = -60.8 \text{ dBm}, \end{aligned} \quad (4.95)$$

donde

$$\text{km}) - 20 \log(h^2) + 120 \approx 4 \cdot 7 - 4 \cdot 13 + 120 = 96 \text{ dB}. \quad (4.96)$$

En el cálculo del ruido, el término $g_Bg_a^2(h/d)^4$ es aproximadamente -18 dB. De ahí que se pueda despreciar el ruido en el repetidor. De forma que la densidad espectral de ruido queda

$$\begin{aligned} n_0 &= kT_0f_{r,C}g_C \Rightarrow N_0 = -174 \text{ dBm/Hz} + F_{r,C} + G_C \\ &= -174 + 4 + 20 = -150 \text{ dBm/Hz}. \end{aligned} \quad (4.97)$$

- e) Como nos piden la relación a la salida del receptor, habría que sumar la ganancia del mismo y las pérdidas del cable a la potencia recibida en la antena (o restárselas a la

densidad espectral de ruido),

$$C/N_0 = (-60 - L_{tr} + G_C) + 150 = (-60.8 - 10 + 20) + 150 = 99.2 \text{ dB} \quad (4.98)$$

y

$$E_b/N_0 = CT_b/N_0 = C/N_0 - 10 \log(1/T_b) = 99.2 - 70.41 = 28.8 \text{ dB}. \quad (4.99)$$

Es viable, al ser mayor de 10 dB, y se deja un gran margen para desvanecimiento.

Nota: se podría calcular la atenuación por lluvia. Aquí, a la vista del gran margen resultante, y dado que la frecuencia es inferior a 10 GHz, se han despreciado.

- f) Como en general llega mayor nivel de señal al repetidor, este causa mayor intermodulación que el receptor.

5 Comunicaciones por satélite

Los problemas que se incluyen en este capítulo cubren dos aspectos principales. Por un lado el apuntamiento de una antena a un satélite geoestacionario. Por otro el cálculo del balance de enlace. También, se proponen problemas para ilustrar el funcionamiento del acceso múltiple. La notación es la descrita al comienzo de este texto. A continuación se incluyen algunas notas sobre estos cálculos. Para más información, puede consultar [6].

5.1 Apuntamiento de antena a un satélite geoestacionario

En el Problema P. 5.1 y Problema P. 5.4 en este capítulo se utilizan los siguientes pasos para apuntar la antena a un satélite geoestacionario¹ [6]:

- a) Calcular la diferencia de longitudes ρ , diferencia entre la longitud de la estación terrena ρ_0 y la del satélite ρ_1 .
- b) Con ρ y la latitud de la estación terrena λ , calcular el ángulo E .
- c) Calcular el azimut, A , en función del valor de E y del cuadrante donde se encuentre la estación terrena. Los cuadrantes resultan de mirar a la tierra desde el satélite, todo lo que esté por encima del ecuador es norte, y sur lo que esté por debajo. Todo lo que esté a la derecha del meridiano del satélite, es este, y lo que esté a la izquierda es oeste.
- d) Calcular la elevación de la antena, θ , utilizando el teorema del seno y el ángulo auxiliar a , que es aquel que cumple $\cos a = \cos \rho \cos \lambda$.
- e) Rote la antena según la inclinación con la que llegue la polarización.

Estos cálculos también se utilizan para calcular la máxima latitud a la que se puede situar una estación terrena, en el Problema P. 5.3. Y en todos los problemas propuestos se calcula d , la distancia desde el satélite a la estación terrena, necesaria para el cálculo de pérdidas de propagación. Esta distancia se calcula a partir de algunos de los parámetros anteriores.

Puede consultar las expresiones que relacionan las magnitudes anteriores en [6].

¹La mayoría de operadores de telecomunicaciones por satélite ofrecen páginas webs donde se realizan estos cálculos para sus satélites. Estos cálculos pueden además tener en cuenta que la tierra no es esférica.

5.2 Balance de enlaces

El balance de enlaces en comunicaciones por satélite puede realizarse aplicando los conocimientos de antenas, propagación y ruido; al igual que los problemas de radioenlaces del servicio fijo terrenales. Es más, nótese que el problema de comunicaciones por satélite es similar al de un radioenlace del servicio fijo, donde hay un sólo repetidor activo que está en el espacio. En este libro se tratan satélite no regenerativos, por lo que el problema es esencialmente el planteado en el Problema P. 4.8. La dificultad estriba en que el repetidor introduce ruido, que se suma al recibido en el receptor final.

Sin embargo, en el servicio de difusión por satélite -*broadcasting satellite service* - (BSS) el enlace satélite a tierra, denominado enlace de difusión directa, es muy similar en términos de pérdidas a todas las comunicaciones, por lo que es muy usual dar directamente las condiciones y datos para hacer los cálculos que aseguren una correcta recepción en este enlace. En este sentido, el parámetro G/T (ver notación al comienzo del libro) se utiliza para indicar que el conjunto ganancia de antena y ruido en recepción tienen que ser los adecuados (a más ruido en el receptor, mayor ganancia de antena necesaria). En los problemas que se incluyen a continuación se trabaja primero el cálculo del enlace descendente, por ser un cálculo habitual, en el Problema P. 5.1. Luego, en el Problema P. 5.2 se propone un problema con cálculos en el enlace ascendente. Y en el Problema P. 5.3 se calcula el balance de enlace ascendente más descendente, aprovechando la definición de degradación [6].

5.3 Acceso múltiple

En comunicaciones por satélite se utilizan, entre otros, sistemas de acceso múltiple por división en tiempo -*time division multiple access* - (TDMA). Este es el caso de los sistemas de la compañías Intelsat y Eutelsat [6], por ejemplo. En los dos últimos problemas, Problema P. 5.4 y Problema P. 5.5, se proponen situaciones en las que, además de resolver el balance de enlace satélite a tierra, se pide terminar de definir los parámetros de la trama. En el último, además, se trabaja con el concepto de canales de voz, siendo necesario el dimensionamiento de recursos para cumplir con un grado de servicio o probabilidad de congestión -*grade of service*- (GoS). Resolver este tipo de problemas es objetivo central del Capítulo 6, por lo que recomienda leer la introducción del mismo antes de resolver este problema.

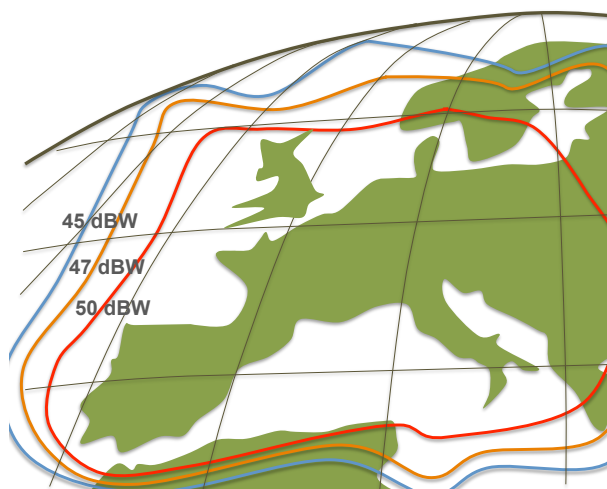
P. 5.1 Balance de enlace descendente en un satélite de Astra

Suponga que se dispone a diseñar un sistema de recepción de televisión para una infraestructura común de telecomunicaciones en un edificio de viviendas. En principio se desea instalar las antenas para recibir señal del satélite Astra 1KR. Los datos del satélite de Astra 1KR, para el enlace descendente, se incluyen en la Tabla 5.1 Suponga que el satélite tiene una huella aproximada (PIRE) en la zona de interés dada por la Figura 5.1.

El edificio donde hay que colocar las antenas (estación terrena) está en Rociana (Huelva), en la posición $6^{\circ}35'55.43''$ W y $37^{\circ}18'26.41''$ N. Se desea diseñar el enlace de difusión directa Astra-Estación Terrena en condiciones de cielo despejado. No se consideran pérdi-

Tabla 5.1 Datos del Satélite Astra 1KR.

Fecha de lanzamiento	20 Abril 2006
Vehículo de lanzamiento	Atlas V 411
Masa lanzada	4332 kg (9550 lb)
Fabricante del satélite	Lockheed Martin
Situación orbital	19.2° Este
Vida útil prevista	15 años
Polarización	Ku-band lineal
Potencia entregada por transpondedor	140W
PIRE máxima	50 dBW
Anchura de banda del transpondedor	26 MHz
Capacidad de canales	32 Canales (Ku) de 64 (FSS)
Frecuencias	10729.00-11685.50 MHz

**Figura 5.1** Huella del satélite (PIRE radiada desde el satélite).

das por gases atmosféricos. Como estación terrena se considerará una antena parabólica seguida de un bloque conversor de frecuencia de bajo ruido -*low-noise block downconverter* - (LNB) para bajar a la banda 950 – 2150 MHz. La figura de ruido del LNB y demás bloques posteriores es de 0.75 dB y su ganancia de 55 dB. La temperatura de ruido de la antena es de 70 K. La temperatura de antena incluye todos los siguientes posibles efectos: ruido cósmico, atmosférico y ruido de lóbulos laterales. El rendimiento de la antena parabólica es del 55 %. Las pérdidas en conectores y cables de alimentación se desprecian en este problema.

Se pide

- Calcular la distancia satélite-estación terrena y la orientación de la antena de la estación

terrena.

- b) Calcular el diámetro de la antena parabólica de la estación terrena si a la salida del LNB la relación C/N en el enlace descendente tiene que ser mayor de 15 dB más 2.5 dB de margen.
- c) Comprobar que se cumple con los límites dados por la ITU (CAMR-RS-77), $G/T \geq 14$ dB.

Observaciones: los transpondedores son transparentes (no regenerativos).

Solución.

- a) En este problema se piden los cálculos típicos a realizar en una instalación de ICT (infraestructura común de telecomunicaciones) de un edificio de viviendas para la distribución de señal por satélite. La señal llega aproximadamente a 12 GHz, la antena la recoge y la cabecera la baja a la banda 950 – 2150 MHz, que puede ser demodulada por los televisores, para distribuirla luego a las viviendas.

Dados los datos $\rho_1 = 19.2^\circ$, $\rho_0 = -6.6^\circ$, $\lambda = 37.3^\circ$, $r = 6370$ km, $D_s = 42200$ km, calculamos primero la diferencia de longitudes $\rho = \rho_0 - \rho_1 = -25.8^\circ$. Ahora calculamos el azimut. Para eso calculamos el ángulo intermedio

$$E = \text{atan} \left(\frac{\tan |\rho|}{\sin |\lambda|} \right) = 38.58^\circ. \quad (5.1)$$

Y como estamos en el cuadrante NO, $A = 180 - E = 141.42^\circ$. Para calcular la elevación calculamos el ángulo intermedio y aplicamos la expresión, con $\cos(a) = \cos(\rho)\cos(\lambda)$,

$$\theta = \text{atan}((\cos(a) - 0.15127)/\sin(a)) = 38.9^\circ. \quad (5.2)$$

Estos datos coinciden con los aportados por la herramienta de orientación de la página web de Astra. Respecto a la distancia, basta aplicar el teorema del coseno:

$$d = \sqrt{D_s^2 + r^2 - 2rD_s \cos \rho \cos \lambda} = 37900 \text{ km}. \quad (5.3)$$

- b) Para calcular el diámetro hay que ver qué potencia de señal llega, qué potencia de ruido tenemos y comparar la relación con la C/N exigida y despejar la ganancia de antena receptora necesaria.

En relación a la señal que llega, sabemos de los datos (Figura 5.1 con la huella) que la PIRE con la que se radia a Huelva es la máxima $PIRE = 50$ dBW. Y las pérdidas del medio son las pérdidas en espacio libre para una distancia la calculada en el apartado a). Se desprecian pérdidas por atenuación de gases atmosféricos y lluvia:

$$\begin{aligned} L_b &= 20 \log(4\pi d/\lambda) = 20 \log(4\pi \cdot d(\text{km}) \cdot 10^3 / (3 \cdot 10^8 / 11.685 \cdot 10^9)) \\ &= 205.37 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

La señal que llega a la salida del receptor, si se asume que éste tiene una ganancia G , sería

$$C = PIRE - L_b + G_r + G, \quad (5.5)$$

donde se han despreciado cables de alimentación y conectores. Respecto al ruido, tenemos que calcular $n = kT_0f_sBg$ donde k es una constante conocida, el ancho de banda nos lo dan como dato ($B = 26$ MHz), g es la ganancia y nos queda calcular T_s . Esta depende a su vez, $T_s = T_a + T_r$, de la temperatura de antena, 70 K, y de la temperatura de ruido del sistema, nos dan la figura de ruido. Calculando T_r a partir de la expresión $T_r = T_0(f_r - 1)$, queda $T_s = 124.66$ K. Aprovechando las expresiones, $f_s = T_s/T_0$, y $n = kT_0f_sBg$, en dB queda

$$N = F_s + 10 \log B \text{ (Hz)} - 174 \text{ (dBm/Hz)} + G \text{ (dB)} = -103.52 \text{ dBm}. \quad (5.6)$$

Restando ambas, queda

$$\begin{aligned} C - N &\geq 17.5 \text{ dB} \\ \Rightarrow (PIRE - L_b + G_r + G) - (F_s + 10 \log B - 174 + G) &\geq 17.5 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

Despejamos la ganancia receptora necesaria

$$\begin{aligned} \Rightarrow (50 + 30) \text{ (dBm)} - 205.37 + G_r \\ - (-103.52 \text{ dBm}) &\geq 17.5 \\ \Rightarrow G_r &\geq 17.5 + 20.66 = 38.39 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Aplicando la expresión de ganancia de antena parabólica, se llega a que el diámetro es de 1.02 m. La frecuencia que se ha utilizado aquí, para calcular las pérdidas y la ganancia de la antena es la mayor de todas. Si se hubiera tomado la menor, las pérdidas serían menores pero la ganancia sería menor también, y como las pérdidas son en espacio libre, lo serían en igual medida, con lo que en este caso, y dado que consideramos fijas la PIRE de transmisión del satélite (y las pérdidas por desadaptación en la antena receptora), la potencia recibida sería la misma para todas las frecuencias de la banda. Así que se toma 1.02 m.

- c) La relación $G/T = G - 10 \log(T_s) = 18.39$ dB, mayor que los 14 dB que marca la norma (CAMR-RS-77). La ganancia que se ha utilizado es para la frecuencia mayor, para la frecuencia menor la G/T saldría $20 \log(f_{max}/f_{min}) = 20 \log(11.6/10.7) = 0.7$ dB menor e igualmente *cumple*.

P. 5.2 Viabilidad del sistema Thuraya

El sistema móvil terrestre por satélite THURAYA, con satélites GEO, permite el establecimiento de comunicaciones con terminales portátiles. Las características básicas del sistema se proporcionan en la Tabla 5.2.

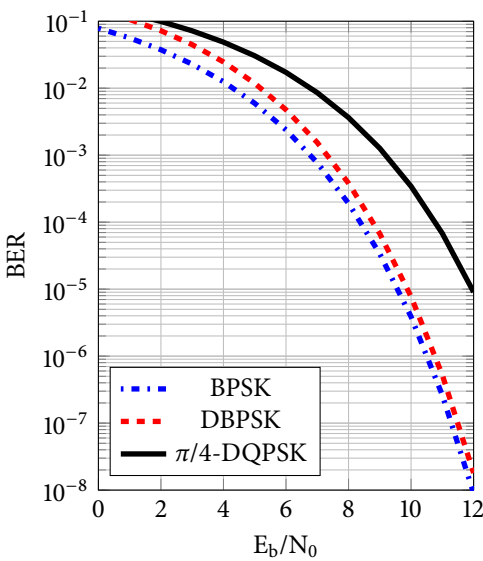


Figura 5.2 Curvas de BER.

El sistema receptor del satélite está compuesto por la antena y un receptor con factor de ruido $F = 4.4$ dB precedido de elementos pasivos de acoplo entre ambos con unas pérdidas de $L_{tr} = 2$ dB. La temperatura de ruido de antena es $T_a = 300$ K.

Se desea estudiar la viabilidad del enlace ascendente desde un teléfono portátil que tiene una potencia entregada de $p = 1$ W, una antena de ganancia $G = 3$ dB. El usuario está situado en un punto de coordenadas geográficas 40.47° N y 3.54° W.

Nota: el radio de la tierra $r = 6370$ km y la distancia satélite a centro de la tierra es $D_s = (r + h) = 42200$ km.

Se pide

- a) Calcular el factor α de caída progresiva (“roll-off”) de los filtros de raíz de coseno alzado.

Tabla 5.2 Datos Satélite Thuraya.

Posición orbital del satélite (GEO)	44° E
Modulación	$\pi/4$ -DQPSK
Velocidad neta de bits por canal	13 kbps
Velocidad bruta de bits por canal	46.8 kbps
Anchura de banda por canal	27.7 kHz
BER necesaria	10^{-3}
Diámetro y eficiencia de la antena del satélite	$D = 12.5$ m, $\eta = 60$ %
Banda de frecuencias del enlace ascendente	1525.0 – 1559.0 MHz

- b) Calcular la relación G/T del satélite.
- c) Justificar la viabilidad del enlace (suponga una temperatura de ruido de sistema de 1000 K).

Solución.

- a) Como el ancho de banda es $(1 + \alpha)/T_s$, donde T_s es el tiempo de símbolo, se deduce que $27.7 = (1 + \alpha) \cdot 46,8 / \log_2(4)$ y se despeja $\alpha = 0.18$.
- b) Definimos como f_r la figura de ruido del conjunto formado por elementos pasivos desde antena al receptor y el propio receptor, f_{Rx} la figura de ruido del receptor. Calculamos la figura de ruido del sistema. Esta viene dada por la expresión

$$f_s = f_a + f_r - 1. \quad (5.9)$$

La figura de ruido, F_r , al ser la de un cable seguido de un bloque con figura de ruido F_{Rx} , queda

$$\begin{aligned} F_r &= L_c + F_{Rx} = 2 + 4.4 = 6.4 \text{ dB} \\ f_r &= 10^{F_r/10} = 4.36. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Por otro lado, la figura de antena es el cociente entre la temperatura de antena y la temperatura ambiente

$$f_a = T_a/T_0 = 300/290 = 1.03. \quad (5.11)$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} f_s &= 1.03 + 4.36 - 1 = 4.4 \\ F_s &= 10 \log(f_s) = 6.43 \text{ dB} \end{aligned} \quad (5.12)$$

y

$$T_s = T_0 f_s = 290 \cdot 4.4 = 1275.9 \text{ K} \quad (5.13)$$

Calculamos la ganancia de la antena receptora en el enlace ascendente, G_{ra} ,

$$G_{ra} = 10 \log \left(\eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \right) = 10 \log \left(0.6 \left(\frac{\pi 12.5}{0.1924} \right)^2 \right) = 43.98 \text{ dB}. \quad (5.14)$$

donde para calcular la longitud de onda se tomó la mayor frecuencia. Y el factor de calidad en el enlace ascendente

$$G/T = G_{ra} - 10 \log(T_s) = 43.98 - 10 \log 1275.9 = 12.91 \text{ dB/K}. \quad (5.15)$$

c) Calculamos la PIRE,

$$PIRE = 10 \log 1 + 3 = 3 \text{ dBW} = 33 \text{ dBm}, \quad (5.16)$$

y el umbral o sensibilidad, que viene dado por la expresión

$$T_{h3} = E_b/N_0 - 174 \text{ dBm/Hz} + 10 \log R_b + F_s. \quad (5.17)$$

Sustituyendo valores, incluido el valor de $E_b/N_0 = 9 \text{ dB}$ que para la modulación $\pi/4$ -DQPSK y una $BER = 1 \cdot 10^{-3}$ se puede leer en la Figura 5.2,

$$T_{h3} = 9 - 174 + 10 \log 46.8 \cdot 10^3 + 6.43 = -111.86 \text{ dBm}. \quad (5.18)$$

Ahora aplicamos Friis e imponemos que la potencia recibida sea mayor que la sensibilidad: $PIRE - L_b + G_r \geq T_{h3}$. Calculamos primero las pérdidas,

$$L_b = 20 \log(4\pi d/\lambda) = 20 \log(4\pi \cdot d(km) \cdot 10^3 / (3 \cdot 10^8 / 11 \cdot 10^9)) = 188.19 \text{ dB}. \quad (5.19)$$

donde hay que calcular primero la distancia satélite estación terrena

$$d = \sqrt{D_s^2 + r^2 - 2rD_s \cos \rho \cos \lambda} = 39310 \text{ km}, \quad (5.20)$$

donde, a su vez, $\rho = \rho_0 - \rho_1 = -3.54^\circ - 44^\circ$ y $\lambda = 40.47^\circ$. No confundir este λ con el anterior, que denotaba longitud de onda.

Se concluye que el enlace es *viable*, aunque con escaso margen:

$$\begin{aligned} PIRE - L_b + G_r &\geq T_{h3} \\ 33 - 188.18 + 43.98 &\geq -111.86 \text{ dBm} \Rightarrow -111.21 \geq -111.86. \end{aligned} \quad (5.21)$$

P. 5.3 Balance de enlace completo en satélites transparentes

En el diseño de un satélite se contempla su uso para dar servicio de radiodifusión de TV de un canal con ancho de banda 25 MHz. Se desea calcular la PIRE en el satélite para una G/T en recepción (estación terrena) de 8 dB/K. Se trabaja en la banda Ku y (14/11 GHz). La degradación del enlace ascendente, definida como

$$L = 10 \log \left[\frac{(c/n)_t}{(c/n)_d} \right], \quad (5.22)$$

se fija en -0.5 dB , donde $(c/n)_t$ es la relación potencia de portadora a ruido total en el receptor de la estación terrena y $(c/n)_d$ es la relación potencia de portadora a ruido en el receptor debida sólo al enlace descendente, ambas en unidades naturales. La $(C/N)_t$, en dB, necesaria a la entrada del demodulador es de 17.5 dB. Se deben incluir en los cálculos 0.5 dB de pérdidas por despolarización y 0.5 dB por pérdidas por desapuntamiento. Las pérdidas por gases atmosféricos y lluvias son despreciables.

El satélite es GEO con posición 20°E. Se estudia cubrir una zona, lo más al norte posible (países nórdicos) en este mismo meridiano.

- Calcule de forma exacta la latitud máxima a la que se puede dar cobertura radioeléctrica. Indique si se podrá dar cobertura a la isla de Svalbard (centrada en 20°E, 79°N) en Noruega.
- Calcule la PIRE que debería tener el satélite para la latitud (norte) máxima posible.
- El sistema de recepción está formado por una antena parabólica de 1 m de diámetro, rendimiento 75 %, y temperatura de ruido $T_a = 70$ K, seguido de un LNB de figura de ruido $F = 0.6$ dB. Compruebe que el sistema receptor cumple las especificaciones de G/T dB/K.

Notas: radio de la tierra $r = 6370$ km, distancia satélite a centro de la tierra $D_s = (r + h) = 42200$ km. Puede buscar la isla de Svalbard en un mapa, como Google Maps o Google Earth. El satélite es transparente, esto es, no es regenerativo.

Solución.

- En esta situación la elevación es de 5°, según la definición de cobertura radioeléctrica. Tenemos los siguientes datos: $\rho_1 = 20^\circ$, $\rho_0 = 20^\circ$, $\lambda = ?^\circ$, $r = 6370$ km y $D_s = 42200$ km. Calculamos primero la diferencia de longitudes $\rho = \rho_0 - \rho_1 = 0^\circ$. El azimut es 180°. Para calcular la elevación y despejar la latitud calculamos el ángulo intermedio $a = \arccos(\cos \lambda \cos \rho)$ con el teorema del seno

$$\frac{\sin a}{d} = \frac{\cos(\theta)}{r + h} = \frac{\cos(\theta + a)}{r}, \quad (5.23)$$

y despejamos,

$$\lambda = a = \arccos\left(\cos(\theta) \frac{r}{r + h}\right) - \theta = \{\theta = 5^\circ\} = 76.35^\circ, \quad (5.24)$$

donde se ha impuesto $\theta = 5^\circ$, dado que por debajo no hay cobertura radioeléctrica. Luego no será posible cubrir la isla de Svalbard.

- Calculamos primero la relación C/N necesaria en el enlace descendente a partir de la total y la degradación,

$$L = 10 \log \left[\frac{(c/n)_t}{(c/n)_d} \right] \Rightarrow 10 \log [(c/n)_d] = 10 \log [(c/n)_t] - L = 18 \text{ dB}. \quad (5.25)$$

Luego calculamos la relación C/N en el enlace descendente

$$\begin{aligned} \left(\frac{C}{N} \right)_d &= PIRE_d(\text{dBW}) - L_{bfd}(\text{dB}) - L_{ap+pol} + \frac{G_{rd}}{T_s} (\text{dB}) \\ &- 10 \log k(\text{dBW/K} \cdot \text{Hz}) - 10 \log(B(\text{Hz})), \end{aligned} \quad (5.26)$$

donde

$$\begin{aligned} L_{bfd} &= 92.5 + 20 \log f \text{ (GHz)} + 20 \log d \text{ (km)} \\ &= 92.5 + 20 \log(11) + 20 \log(41165) = 205.62 \text{ dB} \end{aligned} \quad (5.27)$$

son las pérdidas en el enlace descendente, L_{ap+pol} las pérdidas por desadaptación, y despolarización, G_{rd} la ganancia de la antena receptora en el enlace descendente, T_s la temperatura de ruido del sistema receptor en el enlace descendente, k es la constante de Boltzman y B es el ancho de banda equivalente de ruido del sistema receptor en el enlace descendente. Y la distancia, necesaria en el cálculo de las pérdidas, aplicando la fórmula o el teorema del coseno, se puede calcular como

$$d = \sqrt{D_s^2 + r^2 - 2rD_s \cos \rho \cos \lambda} = \frac{\sin a}{\cos(\theta)} (r + h) = 41165 \text{ km.} \quad (5.28)$$

Finalmente, de (5.26) despejamos la *PIRE*,

$$\begin{aligned} \Rightarrow 18\text{dB} &= PIRE_d + 0 - 206.62 + 8 + 228.6 - 1 - 10 \log(25 \cdot 10^6) \\ \Rightarrow PIRE_d &= 62 \text{ dBW.} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Esta potencia está unos dB por encima de la *PIRE* máxima habitual de satélites BSS. Por otro lado, en estos cálculos no se han incluido pérdidas por gases atmosféricos ni por lluvia, que no serán muy importantes al ser la frecuencia de bajada cercana a 10 GHz.

- c) Podemos calcular la G/T y comparar o, también, dado que el diámetro de la antena está fijado, despejar la temperatura de ruido necesaria y ver si el valor de la misma para el receptor es menor. Hacemos esto último. Por un lado

$$\frac{G_{rd}}{T_s} \text{ (dB)} = G_{rd} - 10 \log(T_s), \quad (5.30)$$

donde T_s es la temperatura de ruido del sistema en el enlace descendente. Por otro,

$$G_{rd} = 10 \log \left(\eta \left(\frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \right) = 10 \log \left(0.75 \left(\frac{\pi \cdot 2}{0.0273} \right)^2 \right) = 39.97 \text{ dB.} \quad (5.31)$$

Como $10 \log(T_s) = G_{rd} - 8 = 29.2$, se concluye que tiene que cumplirse $T_s \leq 1577.3 \text{ K}$.

La temperatura de ruido del sistema receptor en la estación terrena es $T_s = T_a + T_r$ donde $T_r = T_0(f_r - 1) = 290(10^{0.6/10} - 1) = 290 \cdot 0.148 = 42.96$ y $T_a = 70 \text{ K}$, tal como se aporta en el enunciado. Así, para la antena parabólica utilizada, la temperatura de ruido exigida es 1577.3 K y la del receptor $T_s = 42.96 + 70 = 112.96 \text{ K}$, luego el receptor cumple sobradamente.

Si lo hubiéramos hecho calculando la G/T , quedaría resumido de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 l &= 10^{L(\text{dB})/10} = 10^{0.6/10} = 1.15 \\
 T_r &= T_0(f_r - 1) = 290(1.15 - 1) = 42.96 \text{ K} \\
 T_s &= T_a + T_r = 112.96 \text{ K} \\
 G/T(\text{dB/K}) &= G_{rd} - 10 \log(112.96) = 19.45 \text{ dB/K} > 8 \text{ dB/K}. \quad (5.32)
 \end{aligned}$$

P. 5.4 Satélite GEO y TDMA

Un satélite GEO, el Astra 1L, en 19.2° E , dispone, entre otros, de un transpondedor de 54 MHz. Se desea dar servicio a una estación terrena en Ibiza, $1^\circ 13' 54'' \text{ E}$ y $38^\circ 55' 44'' \text{ N}$, con G/T de 15 dB/K. La frecuencia de bajada es de 11 GHz.

- Calcule el azimut y elevación de la antena. Calcule la distancia del satélite a la estación terrena.
- Suponga que se recibe en la estación terrena una trama múltiplex por división en tiempo *-time division multiplex-* (TDM) de 10 ms de duración, consistente en $2 + N$ slots iguales, siendo los dos primeros slots transmisiones de tráfico de señalización para sincronización con 288 bits cada uno y el resto iguales, con 280 bits de cabecera y $64n$ bits de datos. El tiempo de guarda de cada slot es 150 ns y el régimen binario total, bruto, de la trama es de 90 Mbps. Indique el número máximo de usuarios simultáneos posible si cada usuario genera un tráfico, ya codificado, a 640 kbps.
- Si se utilizase todo el transpondedor para una transmisión digital TDM/TDMA con modulación DQPSK con raíz de coseno alzado y factor de caída (rolloff) $\alpha = 0.2$, y se necesita una $E_b/N_0 \geq 4.3 \text{ dB}$ para una $\text{BER} \leq 10^{-8}$ a la salida del decodificador de canal, de tasa $1/2$, con una PIRE de 54 dBW, compruebe si el régimen binario de 90 Mbps, ya codificado, es viable.

Solución.

- Calculamos primero la diferencia de longitudes $\rho = \rho_0 - \rho_1 = 1.23 - 19.2 = -17.97^\circ$. Ahora calculamos el azimut. Para eso calculamos el ángulo intermedio

$$E = \text{atan}\left(\frac{\tan|\rho|}{\sin|\lambda|}\right) = 27.29^\circ \quad (5.33)$$

Y como estamos en el cuadrante NO, $A = 180 - E = 152.7^\circ$. Para calcular la elevación calculamos el ángulo auxiliar a y aplicamos la expresión:

$$\theta = \text{atan}((\cos(a) - 0.15127)/\sin(a)) = 41.19^\circ, \quad (5.34)$$

donde 0.15127 es el cociente $r/(r+h)$, con $r = 6370 \text{ km}$ y $h = 42200 \text{ km}$, y $\cos(a) = \cos(\theta)\cos(\lambda) = 42.27^\circ$.

Calculamos por último la distancia. Dados los datos $\rho = -17.97^\circ$, $\lambda = 38.93^\circ$, $r = 6370$ km y $D_s = 42200$ km, se puede calcular como:

$$d = \sqrt{D_s^2 + r^2 - km}. \quad (5.35)$$

- b) Imponemos que todo lo transmitido en una trama dure el tiempo de trama, $T_{tr} = 10$ ms,

$$T_{tr} = 2((288)T_b + T_G) + N((280 + 64n)T_b + T_G), \quad (5.36)$$

donde $T_G = 150$ ns es el tiempo de guarda y $T_b = 1/90 \cdot 10^{-6}$. Necesitamos calcular n . Teniendo en cuenta que cada slot debe transmitir 640 kbps:

$$640 \cdot 10^3 \cdot T_{tr} = 64n \rightarrow n = 100. \quad (5.37)$$

Y despejando, queda $N = 134$.

- c) Comprobemos primero que el ancho de banda es suficiente, esto es, que el ancho de banda B es menor o igual al del canal B_c

$$B = (1 + \alpha)/T_s = (1 + \alpha)R_b/2 \leq B_c, \quad (5.38)$$

donde $T_s = \log_2 MT_b = 2T_b$ con $M = 4$ por ser una modulación cuaternaria. Como $\alpha = 0.2$ y $B_c = 54$ MHz (ancho de banda del transpondedor), queda, al igualar, $R_b = 90$ Mbps.

Por otro lado, hay que comprobar que llega potencia suficiente. La potencia recibida viene dada por

$$C = PIRE - L_b + G_r, \quad (5.39)$$

y la potencia necesaria

$$C_n = E_b/N_0|_{min} + 10 \log(kT) + 10 \log R_b. \quad (5.40)$$

Para que la comunicación sea viable la potencia recibida tiene que ser como mínimo igual a la potencia necesaria, $C \geq C_n$. Así, para $C = C_n$, podemos despejar la PIRE mínima necesaria:

$$C - C_n = 0 \Rightarrow PIRE - L_b + G_r - (E_b/N_0|_{min} + 10 \log(kT) + 10 \log R_b) = 0 \quad (5.41)$$

y queda

$$10 \log R_b = PIRE \text{ (dBW)} - E_b/N_0|_{min} - L_b + G/T - k \text{ (dBW/K/Hz)}, \quad (5.42)$$

donde es necesario estimar las pérdidas que, sin tener en cuenta la atenuación por lluvia y gases atmosféricos, es mayormente debida a pérdidas en espacio libre. Las pérdidas, despreciando atenuación por gases atmosféricos y la atenuación por lluvia,

quedan

$$L_b = 20 \log(4\pi d/\lambda) = 20 \log(4\pi \cdot d(\text{km}) \cdot 10^3 / (3 \cdot 10^8 / 11 \cdot 10^9)) = 204.8 \text{ dB.} \quad (5.43)$$

Sustituyendo en (5.42),

$$10 \log(R_b) = 54 \text{ (dBW)} - 4.3 - 204.8 + 15 - (-228.6) \text{ (dBW/K/Hz)} = 88.5, \quad (5.44)$$

y

$$R_b = 707.38 \text{ Mbps.} \quad (5.45)$$

Este valor es muy superior a 90 Mbps, esto permitiría relajar la G/T en un valor de

$$88.5 - 10 \log(90(\text{Mbps})) = 8.95 \text{ dB.} \quad (5.46)$$

P. 5.5 Satélite GEO como repetidor de canales vocales

Un satélite GEO situado en el meridiano 30°W y trabajando en la frecuencia de bajada de 11 GHz, dispone, entre otros, de un transpondedor de 36 MHz. Se desea dar servicio a una estación terrena en Sevilla, $5^\circ 59' 24'' \text{ W}$ y $37^\circ 22' 48'' \text{ N}$, con G/T de 15 dB/K.

- a) Si se utilizase todo el transpondedor para una transmisión digital con modulación QPSK con raíz de coseno alzado y factor de caída (rolloff) $\alpha = 0.2$, y se necesita una $E_b/N_0 \geq 4.3 \text{ dB}$ para una $\text{BER} \leq 10^{-8}$, utilizando corrección de errores (codificación de canal) hacia delante -*forward error correction* - (FEC) 3/4, indique la PIRE mínima necesaria en el enlace descendente (satélite a tierra) y el régimen binario asociado a la transmisión.
- b) En las condiciones del Apartado a), si se utilizase el transpondedor para que accediesen N usuarios, mediante TDMA, calcule el régimen binario útil de cada usuario. La trama, de 10 ms de duración, consiste en $2+N$ slots, siendo los dos primeros slots transmisiones de tráfico de señalización para sincronización con 288 bits cada uno y el resto iguales, con 280 bits de cabecera y $64n$ bits de datos. Entre cada par de slots hay 150 ns de guarda. Indique el número máximo de usuarios simultáneos posible si cada usuario genera un tráfico a 32 kbps, ya codificado.
- c) En las condiciones del Apartado b) se presta servicio de telefonía a un conjunto de estaciones terrenas en un área geográfica. En el sistema hay 0.01 tentativas de llamada en la peor hora por cada estación terrena, con una duración de llamada de 100 s. Se considera un régimen de llamadas en pérdidas y una probabilidad de pérdida de llamada del 2 %. Suponga que se reservan 30 slots para este servicio, más 2 para señalización, indique cuántas estaciones terrenas se podrían servir.

Solución.

a) La potencia recibida viene dada por

$$C = PIRE - L_b + G_r, \quad (5.47)$$

y la potencia necesaria por

$$C_n = E_b/N_0|_{min} + 10 \log(kT) + 10 \log R_b. \quad (5.48)$$

Para que la comunicación sea viable la potencia recibida tiene que ser como mínimo igual a la potencia necesaria, $C \geq C_n$. Así, para $C = C_n$, podemos despejar la PIRE mínima necesaria:

$$C - C_n = 0 \Rightarrow PIRE - L_b + G_r - (E_b/N_0|_{min} + 10 \log(kT) + 10 \log R_b) = 0 \quad (5.49)$$

y queda

$$PIRE \text{ (dBW)} = E_b/N_0|_{min} + 10 \log(R_b) + L_b - G/T + k \text{ (dBW/K/Hz)}. \quad (5.50)$$

Sustituyendo valores conocidos,

$$PIRE \text{ (dBW)} = 4.3 + 10 \log(R_b) + L_b - 15 + (-228.6) \text{ (dBW/K/Hz)}, \quad (5.51)$$

y quedaría calcular el régimen binario y las pérdidas.

El régimen binario se calcula de forma aproximada teniendo en cuenta el ancho de banda, B , e imponiendo que sea menor que el del transpondedor, B_c :

$$B = (1 + \alpha)/T_s \leq B_c. \quad (5.52)$$

Como $\alpha = 0.2$ y $B_c = 36 \text{ MHz}$, al igualar queda $T_s = 1.2/36 \cdot 10^{-6} \text{ s}$, y el tiempo de bit la mitad, dado que tenemos una QPSK, $T_b = T_s/2 = 1.2/36/2 \cdot 10^{-6} = 1/6 \cdot 10^{-7} \text{ s}$. De forma que el régimen binario es

$$R_b = 1/T_b = 60 \text{ Mbps}. \quad (5.53)$$

Para calcular las pérdidas tenemos que calcular la distancia. Dados los datos $\rho_1 = -30^\circ$, $\rho_0 = -5.99^\circ$, $\lambda = 37.38^\circ$, $r = 6370 \text{ km}$ y $D_s = 42200 \text{ km}$, calculamos la distancia,

$$d = \sqrt{D_s^2 + r^2 - 2rD_s \cos \rho \cos \lambda} = 37831 \text{ km}, \quad (5.54)$$

con $\rho = \rho_1 - \rho_0$. Las pérdidas, despreciando atenuación por gases atmosféricos y la atenuación por lluvia queda,

$$\begin{aligned} L_b &= 20 \log(4\pi d/\lambda) = 20 \log(4\pi \cdot d(\text{km}) \cdot 10^3 / (3 \cdot 10^8 / 11 \cdot 10^9)) \\ &= 204.83 \text{ dB}. \end{aligned} \quad (5.55)$$

Finalmente, sustituyendo estos valores,

$$\begin{aligned} PIRE \text{ (dBW)} &= 4.3 + 10 \log(6 \cdot 10^6) + 206.92 - 15 + (-226.8) \text{ (dBW/K/Hz)} \\ &= 43.3 \text{ dBW.} \end{aligned} \quad (5.56)$$

- b) Imponemos que la duración de todo lo transmitido en una trama iguale el tiempo de trama, $T_{tr} = 10 \text{ ms}$,

$$T_{tr} = 2((288)T_b + T_G) + N((280 + 64n)T_b + T_G) \quad (5.57)$$

donde $T_G = 150 \text{ ns}$ es el tiempo de guarda. Necesitamos calcular n . Teniendo en cuenta que cada slot debe transmitir 32 kbps:

$$32 \cdot 10^3 T_{tr} = 64n \rightarrow n = 5. \quad (5.58)$$

Y despejando queda $N = 984$.

- c) El tráfico ofertado en la zona, A_o , tiene que ser mayor o igual al demandado, A_d . El tráfico demandado es $A_d = M_{et} L_{ll} H_{ll}$ donde M_{et} es el número de estaciones terrenas. Para una estación terrena

$$a_d = L_{ll} H_{ll} = 0.01 \cdot 100/3600 = 0.278 \text{ mE (miliErlang)}. \quad (5.59)$$

El tráfico ofertado, para régimen de llamadas en pérdidas, viene dado por la Erlang B inversa,

$$A_o = B^{-1}(p = 0.02, N_c = 30) = 21.9 \text{ E.} \quad (5.60)$$

Igualando A_o y A_d y despejando, el número de estaciones terrenas, queda $M_{et} = 78840$.

6 Sistemas Celulares

En el diseño o planificación radio de sistemas celulares se trabaja en general con tres limitaciones:

- Que la relación señal a ruido, C/N , sea mayor que un valor mínimo, en la zona de cobertura.
- Que la relación señal a interferencia, C/I , sea mayor que una determinada relación de protección, R_p , donde la interferencia está creada por otras celdas.
- Que la probabilidad de congestión, o GoS, sea inferior a un valor dado, asegurando que el usuario tiene recursos disponibles para hacer una llamada en un elevado porcentaje del tiempo.

Además, se pueden incluir distintas tecnologías tales como sectorización, tilt o cabeceo, asignación dinámica de canales -*dynamic channel allocation* - (DCA), ... que unidas al tipo de acceso múltiple y la duplexación hacen que la casuística de distintos problemas que nos podemos encontrar sea muy grande. En este capítulo se proponen distintos ejemplos de estas situaciones.

6.1 Introducción

En este capítulo se incluye una muestra representativa de los diversos escenarios a los que el ingeniero radio se puede enfrentar en el diseño de sistemas celulares. En el Problema P. 6.1 se resuelve un sistema global para las comunicaciones móviles -*global system for mobile communications*- (GSM), comprobando el cumplimiento de las tres condiciones anteriores y se introduce brevemente la sectorización. En el Problema P. 6.2 se resuelve un problema parecido pero para un sistema de comunicaciones digital (GSM) a 1800 MHz -*digital communication system*- (DCS-1800). En el Problema P. 6.3 se trabaja la sectorización como herramienta para cumplir con la C/I y el GoS, y en el Problema P. 6.4 se resuelve un problema similar al anterior incluyendo también una revisión de DCA. En el Problema P. 6.5 se incluye un diseño completo, incluyendo el estudio de C/N para un sistema con

sectorización. En el Problema P. 6.6 y el Problema P. 6.7 se incluyen cálculos similares a los anteriores pero para un sistema GSM-R (GSM-Railway). Estos problema son de interés porque permiten aplicar los conocimientos adquiridos a un sistema más sencillo, en una dimensión. En el Problema P. 6.8 y el Problema P. 6.9 se trabaja con varias capas de distintos tamaños de celda. Esta solución se utiliza para dar cobertura adicional en zonas de mayor demanda. En el Problema P. 6.10 se aborda la planificación radio desde una perspectiva cercana a la usada por los programas de planificación radio, donde las condiciones de propagación y la densidad de móviles cambia de unas zonas a otras. En el Problema P. 6.11 se propone un problema de un sistema radio móvil de acceso público -*Public Acces Mobile Radio*- (PAMR) y en el Problema P. 6.12 de un sistema WiFi. En los problemas anteriores se trabaja con tráfico de voz. Para completar este capítulo, se incluye el Problema P. 6.13, en el que se dimensiona tráfico de datos, y el Problema P. 6.14, en el que además de tráfico se trabaja con un sistema acceso múltiple por división en frecuencia ortogonal -*Orthogonal Frequency-Division Multiple Access*- (OFDMA), la base del enlace descendente -*downlink or forward link*- (DL) en Long Term Evolution (LTE). Finalmente, se propone un problema de sistema de telecomunicación móvil universal -*universal mobile telecommunications system* - (UMTS), en el Problema P. 6.15.

A continuación, y antes de comenzar con estos problemas, se incluye una breve descripción de algunos de los cálculos necesarios para asegurar el cumplimiento de las limitaciones descritas, y que haya así cobertura. Para profundizar en estos y otros conceptos necesarios para la resolución de los problemas de este capítulo se refiere al lector al texto [6]. Para el último problema, se puede consultar [5]. La notación es la incluida al comienzo de este texto.

6.2 Cálculos de cobertura y dimensionamiento

6.2.1 C/N

El cálculo de C/N ya se estudió en el Capítulo 3. Aquí se amplía este estudio con el cálculo de cobertura para un tanto por ciento del tiempo y/o emplazamientos. Este cálculo básicamente se realiza para calcular el incremento de potencia necesario para asegurar que en un tanto por ciento del perímetro (o de toda la zona), y/o en un punto del perímetro y durante un tanto por ciento del tiempo, el nivel recibido está por encima del umbral o sensibilidad. También se puede incluir un margen adicional para hacer frente a ruido artificial. Y en algún caso se puede trabajar con niveles de campo en vez de potencia. Esto es habitual en sistemas analógicos, como en algún sistema privado de comunicaciones móviles -*private mobile radio*- (PMR), ver Problema P. 6.11. En el caso de acceso múltiple por división en el código por secuencia directa - *direct sequence code* división múltiple access - (DS-CDMA), ver Problema P. 6.15, este estudio se hace de forma conjunta con el de C/I .

6.2.2 C/I

Este problema es un problema inherente a los sistemas celulares. En este texto se tratan sobre todo sistemas acceso múltiple por división en frecuencia -*frequency division multiple*

access- (FDMA) y acceso múltiple por división en tiempo de banda estrecha -*narrow band time division multiple access-* (NB-TDMA). En estos sistemas el cálculo para asegurar que la C/I esté por encima de un valor, la relación de protección (R_p), se lleva a cabo utilizando una geometría celular hexagonal con repetición o reutilización de frecuencias. Se repite sistemáticamente por toda la zona a cubrir una agrupación de J celdas, cada una de ellas usando frecuencias distintas.

En el caso general, la C/I se calcula para el peor caso, el punto más lejano a la estación base de la que recibe, como la relación entre la potencia útil que llega y la suma de interferencias de celdas cocanales, las que transmiten utilizando las mismas frecuencias. De este estudio se concluye, en general, que para asegurar una C/I lo importante es imponer que haya un número de celdas entre celdas cocanales, no dependiendo del tamaño de las mismas. Este número de celdas que separan dos celdas cocanales depende del número de celdas por racimo, esto es, el patrón de reutilización, J . De forma que en sistemas FDMA y NB-TDMA calcular el J adecuado asegura que se cumple que $C/I \geq R_p$. Este cálculo depende de si hay o no sectorización y de si hay o no cabeceo. Y en general no cualquier valor entero de J es posible. Si no hay sectorización hay que comprobar que es rómbico, y si hay sectorización de 120° (tal como se resuelve la sectorización en este texto) debería ser además múltiplo de 3.

En sistemas DS-CDMA, un estudio sencillo se puede hacer sumando la interferencia al ruido, como si fuera tal. De este estudio se deriva una expresión para la potencia umbral que incorpora un término, el factor de carga, CL_U , que indica en cuánto tiene que incrementarse la potencia para hacer frente a la interferencia. De este factor de carga, y través de otros parámetros, se puede derivar el número de usuarios simultáneos que pueden transmitir en el sistema si el enlace ascendente -*uplink or reverse link-* (UL) limita la transmisión. En el DL suele ser la potencia disponible en el Nodo B la que limita este número. Para consultar la teoría relacionada, se sugiere consultar [5].

6.2.3 Probabilidad de congestión

En muchos de los problemas de este capítulo se pide dimensionar el tráfico de voz de un sistema. Se introduce brevemente aquí como se lleva a cabo este proceso para sistemas FDMA ó NB-TDMA. Como norma general, para dimensionar un sistema celular público FDMA ó NB-TDMA con distribución uniforme de abonados y propagación homogénea se procede como sigue. Una vez calculado el patrón de reutilización J y el número de canales de usuario en cada celda, se calcula el tráfico que se puede servir con ellos, tráfico ofertado A_o , que depende del grado de servicio o tanto por ciento de llamadas perdidas que se permite debido a que no haya canales disponibles. En este régimen de llamadas en pérdidas, se usa la Erlang B para hacer este cálculo¹. En paralelo, se calcula el tráfico que demandan los usuarios por unidad de superficie, que multiplicado por la superficie de celda, S_c , nos da el tráfico demandado, A_d . Al igualar ambos tráficos se despeja el área de celda, y a partir de éste el índice de reutilización o cualquier otro parámetro, igualando el área de todas las agrupaciones al área total, S_t . Recuérdese que el índice de reutilización es el número de agrupaciones en el sistema, que es el número de veces que se reutiliza el ancho de banda completo asignado al sistema. En resumen, se calcula S_c igualando

¹ En el problema Problema P. 6.11 se trabaja con un régimen de llamadas en pérdidas, basado en la Erlang C.

Tabla 6.1 Tráfico en Erlangs servido con N_c canales y una probabilidad de congestión dada, según Erlang B.

N_c	$p=1\%$	2 %	3 %	5 %
1	0.001	0.0204	0.0309	0.0526
6	1.91	2.28	2.54	2.96
10	4.46	5.08	5.53	6.22
11	5.16	5.84	6.33	7.08
16	8.88	9.83	10.5	11.5
21	12.8	14	15.9	16.2
60	46.9	49.6	51.6	54.6
100	84.1	88	90.8	95.2
150	131.6	136.8	114.06	146.7
200	179.7	186.2	190.9	198.5

tráfico demandado y ofertado en una celda, y luego se utiliza $QJS_c = S_t$ para despejar Q . Es importante subrayar que en el caso general que se analiza aquí, un sistema con propagación homogénea y distribución uniforme de abonados, los recursos asignados a una celda vienen dados por el patrón de reutilización, J . De forma que estos recursos son fijos por celda. A mayor densidad de abonados, mayor tráfico por unidad de superficie y la celda puede servir una menor superficie. Así, el tamaño de celda depende únicamente del tráfico.

Como se acaba de comentar, en alguno de los problemas siguientes se necesitará trabajar con la Erlang B. Para ello se puede recurrir a una calculadora, programa de matemáticas o página web, entre otros. Aquí se facilita la Tabla 6.1, en la que interpolando se pueden calcular los valores que faltan.

P. 6.1 Pérdidas y dimensionamiento en un sistema celular GSM 900

Se considera el centro de una gran ciudad en la que una operadora de telefonía móvil GSM-900 se propone dar servicio. El departamento de radiofrecuencia cuenta con los siguientes datos:

- Superficie 585.17 km².
- 1.2 millones de habitantes.
- La tasa de penetración de telefonía móvil en la población esperada es del 85 %. Y esta operadora esperar abarcar el 30 % de este mercado.
- Los abonados realizarán 0.6 intentos de llamada en hora cargada.
- La duración media de las llamadas es de 90 s.
- Se exige un GoS (también probabilidad de congestión) del 2 %.
- Relación de protección C/I cocanal necesaria de 9 dB más 3 dB de margen en modo Full TCH, que es el que se prevé utilizar inicialmente.
- La altura de las antenas de las estación base de GSM -base transceiver station- (BTS)

son de 40 m y la de los sistema móvil *-mobile system-* (MS) de 1.5 m.

- El cable de alimentación que une transmisor y antenas de la BTS tiene 1.95 dB de pérdidas.
- Se utilizarán estaciones BTS “ultrasite” de Nokia, cuyas características más relevantes son una potencia máxima entregada por portadora de (Tx) de 44.5 dBm y una sensibilidad de -110 dBm. No hay sectorización, las antenas son omnidireccionales de 8.9 dBi de ganancia.
- Se consideran MS con potencia máxima de 30 dBm (1 W). El sistema debería operar con teléfonos de sensibilidad igual o mejor a -95 dBm (medidos en la unión antena-receptor). Las ganancias de las antenas se supondrán 0 dBi. No se consideran pérdidas adicionales.
- El modelo de propagación utilizado para estudios preliminares es el de Okumura-Hata. Se debe incluir un margen de 15 dB.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 10$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.
- Se utiliza un canal de señalización por portadora.

Se plantea hacer un dimensionamiento inicial del sistema con células hexagonales sin sectorización de radio 0.5 km. Se pide calcular

- a) El valor mediano de las pérdidas en el límite perimetral de la celda.
- b) Los valores necesarios de potencia transmitida en la BTS y en el MS si se desea una cobertura perimetral en el 90 % del tiempo y el 90 % de emplazamientos.
- c) El número de portadoras (transceptores) necesarias para cumplir con el GoS.
- d) El número de células por racimo. Repita este cálculo con sectorización de 120° y un tilt que permita mejorar la relación de protección en 2 dB. *Nota:* si le falta el dato n utilice $n = 3.3$.

Solución.

- a) Lo primero que se solicita es el valor de las pérdidas. Para una gran ciudad y altura del MS de 1.5 m, la expresión del método de Okumura-Hata para las pérdidas queda

$$\begin{aligned}
 L_b &= 69.55 + 26.16 \log(f) - 13.82 \log(h_t) - a(h_r) \\
 &\quad + (44.9 - 6.55 \log(h_t)) \log(d) \\
 &= 69.55 + 26.16 \log(900) - 13.82 \log(40) + 0 + \\
 &\quad (44.9 - 6.55 \log(40)) \log(0.5) = 114.34 \text{ dB.}
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

En el cálculo del patrón de reutilización, que se calcula más adelante, interviene el exponente de pérdidas de propagación, n , tal que $l_b = kd^n$ y $L_b = 10 \log l_b$. Este exponente de pérdidas se puede calcular reescribiendo la expresión anterior como $10 \log k + n \cdot 10 \log d$ e identificando términos, de forma que

$$n = (44.9 - 6.55 \log(h_t)) / 10 = 3.44. \tag{6.2}$$

- b) Necesitamos que llegue una potencia igual a la sensibilidad del móvil, $S = -95$ dBm, más $L = 0$ dB de pérdida adicional, más una corrección por 90 % del tiempo y emplazamiento, $\Delta_e C$:

$$P_{dr} = S + L + \Delta_e C + M = -95 + 0 + 13.05 + 15 = -66.94 \text{ dBm}, \quad (6.3)$$

donde

$$\Delta_e C = (K(L)\sigma_L)^2 + (K(T)\sigma_T)^2)^{1/2} = 13.05 \text{ dB} \quad (6.4)$$

y $K(90) = 1.28$ de la Tabla 7.14.3 de [6], y en $\sigma_L = 10$ dB y $\sigma_T = 2$ dB son datos.

Por Friis, $P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r$ y la potencia entregada por el Tx de la BTS:

$$\begin{aligned} P_{dr} &= P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r \Rightarrow \\ P_{et} &= -66.94 + 1.95 - 8.9 + 114.34 - 0 = 40.44 \text{ dBm}. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Para el móvil tenemos que las pérdidas son las mismas, el canal es recíproco², cambia la sensibilidad en 15 dB y la potencia entregada ahora es 15 dB menos. Podemos expresar así la potencia entregada en el móvil en función de la potencia entregada en la estación base y realizar los cálculos:

$$P_{et}|_{ms} = P_{et}|_{bts} - (S_{ms} - S_{bts}) = 40.44 - 15 = 25.43 \text{ dBm}. \quad (6.6)$$

- c) En este problema nos dan directamente el tamaño de una celda. De forma que, para una densidad de tráfico dada, hay que calcular el número de canales de usuario necesarios para satisfacer la demanda.

La densidad de abonados (ab) o móviles por km^2 es:

$$\rho_m = I_{op} I_{p,m} H_t / S_t = 0.3 \cdot 0.85 \cdot 1.2 \cdot 10^6 / 585.17 = 522.9 \text{ ab/km}^2. \quad (6.7)$$

donde I_{op} es el índice de cuota de mercado del operador, $I_{p,m}$ es el índice de penetración de la telefonía móvil y H_t el número total de habitantes. El número de abonados por celda,

$$M_c = \rho_m S_c = 339.6 \text{ ab}, \quad (6.8)$$

donde el área de la celda es $S_c = 3\sqrt{3}R^2/2 = 0.649 \text{ km}^2$.

Las tentativas de llamada por hora es dato, $L_{ll} = 0.6 \text{ ll/h}$, y la duración también $H_{ll} = 90$ s. El tráfico demandado en una célula

$$A_d = M_c L_{ll} H_{ll} / 3600 = 5.09 \text{ E}. \quad (6.9)$$

Donde se ha dividido por 3600 para escribir todo en las mismas unidades. Igualándolo

²Las frecuencias del UL no es la misma que en el DL, aunque muy cercana, de forma que las pérdidas de propagación son aproximadamente iguales.

al ofertado en una célula con N_c canales

$$A_o = B^{-1}(p_c = 2\%, N_c) \quad (6.10)$$

nos da, mirando en la tabla Tabla 6.1, un total de $N_c = 10$ canales necesarios. Dos portadoras de GSM, con un timeslot por transceptor dedicado a control, nos proporciona $2 \times (8 - 1) = 14$ canales de tráfico.

- d) La relación de protección se proporciona como dato: $R_p = 9 + 3$ dB, y $r_p = 10^{R_p/10} = 15.85$, en unidades naturales. Recuerdese del primer apartado que en el modelo de propagación utilizado $n = 3.44$. El número de células interferentes es $i = 6$, por ser celdas omnidireccionales. De forma que

$$J = 1/3(1 + (i \cdot r_p)^{1/n})^2 = 7.54. \quad (6.11)$$

El número rómbico inmediatamente superior es el $J = 9$.

Con sectorización se puede introducir cabeceo o *tilt*. Con cabeceo la relación de protección se reduce en 2 dB, $R_p = 12 - 2 = 10$, y $r_p = 10^{R_p/10} = 10$. Y al igual que antes, $n = 3.44$. Con sectorización y de forma aproximada, el número de células interferentes es $i = 2$ ó $i = 3$. Con $i = 2$,

$$J = 1/3(1 + (i \cdot r_p)^{1/n})^2 = 3.83. \quad (6.12)$$

El número rómbico inmediatamente superior es el $J = 4$. Si se utilizasen sectores hexagonales de 120° sería conveniente, para tener un emplazamiento por cada tres sectores, usar un múltiplo de 3, además de ser rómbico, y tendríamos $J = 9$ igualmente. Si bien el número que sale es igual, indicando un igual aprovechamiento de los recursos espectrales, habría que tener en cuenta, para un análisis global, que el número de emplazamientos se reduciría, ya que tres sectores hexagonales compartirían un mismo emplazamiento. Y que la C/I mejoraría sensiblemente. La agrupación para este valor de patrón de reutilización y 3 sectores por emplazamiento se denomina 3/9. En la Figura 6.1 se incluye un esquema, donde se ha marcado en línea gruesa la agrupación y con puntos los emplazamientos, desde donde se radiaría a las 3 celdas anexas con 3 sistemas radiantes distintos trabajando a frecuencias distintas.

P. 6.2 Planificación sistema celular DCS-1800

Una operadora de telefonía móvil desea desplegar un sistema celular DCS-1800 en el centro de Sevilla. Dispone de 125 radiocanales (portadoras). El departamento de radiofrecuencia cuenta con los siguientes datos:

- Superficie 300 km^2 .
- Población 760000 habitantes.
- La tasa de penetración de telefonía móvil en la población esperada es del 80 %. Y esta operadora acapara el 25 % de este mercado.
- Los abonados realizarán 0.3 intentos de llamada en hora cargada.

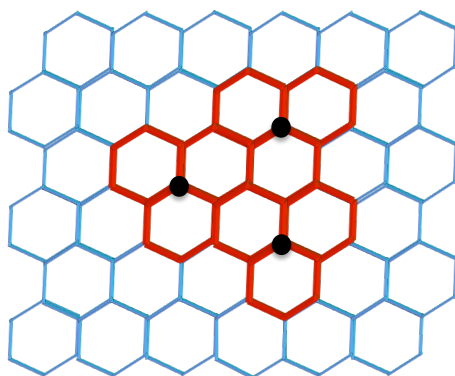


Figura 6.1 Esquema 3/9, de sectorización de 120°.

- La duración media de las llamadas es de 300 segundos.
- Se exige el GoS (o probabilidad de congestión) de la norma GSM, 2 %.
- Relación de protección necesaria de 9 dB en modo Full TCH, que es el que se prevé utilizar.
- La altura de las antenas de las BTS son de 50 metros y para los MS se considera la altura estándar de 1.5 m.
- El cable de alimentación que une transmisor y antenas de la BTS tiene 2 dB de pérdidas.
- Se utilizarán estaciones BTS “ultrasite” de Nokia, cuyas características más relevantes son una potencia máxima entregada por portadora de (Tx) de 44.5 dBm y una sensibilidad de -110 dBm.
- No hay sectorización.
- Las antenas de las BTS son omnidireccionales de 8.9 dBi de ganancia.
- Se consideran MS con potencia máxima de 30 dBm (1W).
- El sistema debería operar con teléfonos de sensibilidad iguales o mejores a -95 dBm (medidos en la unión antena-receptor).
- Las ganancias de las antenas en los terminales se supondrán 0 dBi. No se consideran pérdidas adicionales.
- Las pérdidas se modelan con la expresión $l_b = kd^n$ con d en metros, $k = 5$ y $n = 3.8$.
- Se debe incluir en las pérdidas un margen de 18 dB.
- Se utiliza un canal de señalización por estación base.
- La operadora dispone de un tercio de la banda de 1800.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 7$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.

La operadora ha decidido desplegar celdas de radio 0.5 km y necesita calcular

- a) El número de transceptores necesarios por estación base.
- b) La potencia mínima a transmitir desde la estación base para asegurar cobertura peri-

metral en el 90 % del tiempo y 50 % de emplazamientos. Obtenga la potencia necesaria transmitida por el móvil a partir de la potencia anterior, la necesaria en la estación base.

Solución.

- a) Calculamos el tráfico demandado, para el tamaño de celda dado. Y lo igualamos al tráfico demandado en función del número de canales de usuario, para despejar este último.

El tráfico demandado en una célula es

$$A_d = S_c \rho_m \cdot L_{ll} \cdot H_{ll} = 0.649 \cdot 506 \cdot 0.3 \cdot 300/3600 = 8.22 \text{ E}, \quad (6.13)$$

donde

$$S_c = R^2 3\sqrt{3}/2 = 0.5^2 3\sqrt{3}/2 = 0.649 \text{ km}^2. \quad (6.14)$$

Iguarándolo al ofertado en una célula con N_c canales

$$A_o = B^{-1}(p_c = 2\%, N_c) \quad (6.15)$$

nos da un total de $N_c = 15$ canales necesarios.

Quedaría comprobar si es posible, con los recursos del sistema, cubrir esta necesidad. En principio necesitamos $N_c = 15$ canales de usuario, a los que añadimos un canal más de señalización. En DCS-1800 se transmiten 8 slots por portadora. De forma que con 2 portadoras o transceptores satisfacemos las exigencias de tráfico. Vamos a comprobar a continuación que se dispone de este número de canales en el sistema. El número de radiocanales disponibles de nuestra operadora es 125. Para una celda sería este número entre el patrón de reutilización J , que desconocemos y tenemos que calcular.

Para la relación de protección dada, $R_p = 9 \text{ dB}$, queda, en u.n., $r_p = 10^{R_p/10} = 7.94$. Y el número mínimo de celdas por racimo necesario, J , se calcula, para el caso de antenas omnidireccionales, acudiendo a la siguiente expresión:

$$J = 1/3(1 + (6 \cdot r_p)^{1/n})^2 = 1/3(1 + (6 \cdot 7.94)^{1/3.8})^2 = 4.7 \Rightarrow 7, \quad (6.16)$$

donde se ha tomado el número rómbico inmediatamente superior. Así, 125 entre $J = 7$ son aproximadamente 18 por celda.

Se concluye que hay canales de sobra, que podrían dedicarse a zonas muy densas, a transmisión de datos (GPRS-EDGE), ...

- b) Estamos en comunicaciones de telefonía móvil automática -*public land mobile network* (PLMN)- (TMA) digitales. Necesitamos que llegue una potencia igual a la sensibilidad del móvil, $S = -95 \text{ dBm}$, más $L = 0 \text{ dB}$ de pérdida adicional, más una corrección por 90 % del tiempo y 50 % emplazamiento, $\Delta_e C$, más un margen de 18 dB (la corrección

por ruido, en sistemas TMA digitales, está incluida en la sensibilidad):

$$P_{dr} = C_n = C_{min} + L + \Delta_e C + M = -95 + 0 + 2.56 + 18 = -74.44 \text{ dBm} \quad (6.17)$$

donde

$$\Delta_e C = ((K(L)\sigma_L)^2 + (K(T)\sigma_T)^2)^{1/2} = ((0 \cdot \sigma_L)^2 + (1.28 \cdot 2)^2)^{1/2} = 2.56 \text{ dB} \quad (6.18)$$

y $K(90) = 1.28$ de la Tabla 7.14.3 de [6], y $\sigma_T = 2 \text{ dB}$ es dato.

Por Friis $P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b - M + G_r$ y la potencia entregada por el Tx de la BTS:

$$\begin{aligned} P_{dr} &= P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r \Rightarrow \\ P_{et} &= -74.44 + 2 - 8.9 + 109.52 - 0 = 28.18 \text{ dBm}, \end{aligned} \quad (6.19)$$

donde si $l_b = kd^n$ y $L_b = 10 \log l_b = 10 \log(5 \cdot 500^{3.8}) = 109.55 \text{ dB}$.

Para el móvil tenemos que las pérdidas son las mismas, el canal es recíproco, cambia la sensibilidad en 15 dB y la potencia entregada ahora es 15 dB menos:

$$P_{et}|_{ms} = P_{et}|_{bts} - (S_{ms} - S_{bts}) = 25.21 - 15 = 10.21 \text{ dBm}. \quad (6.20)$$

P. 6.3 Sistema celular GSM con sectorización, una mejor aproximación

Un operador de telefonía móvil GSM dispone de una banda de 4.2 MHz en cada sentido, enlace de subida y enlace de bajada. Se da servicio a una zona llana rural de superficie 400 km² en la que las pérdidas de propagación se modelan como $l_b(d) = k \cdot d^{3.1}$, d en metros. La densidad de tráfico es homogénea y de valor 12 E/km². El número medio de tentativas de llamadas por abonado durante la hora de mayor demanda es de 0.2 y la duración media de éstas de 120 s. El objetivo de calidad (probabilidad de congestión) fijado por el operador para el sistema a desarrollar es del 2 %, y la relación de protección señal a interferencia cocanal es de 14 dB. Dimensione el sistema celular para satisfacer el tráfico en la peor hora con la probabilidad de congestión dada, utilizando células (sectores) hexagonales. En cada célula se empleará un canal de usuario para señalización.

- Si se utilizan celdas hexagonales con sistemas radiantes omnidireccionales, calcule el número total de celdas necesarias.
- Para evitar un tamaño excesivo del patrón de radiación se propone incluir sectorización. La sectorización es de 120°, de forma que se coloca un poste o emplazamiento en el vértice común de tres celdas hexagonales, siendo cada una de las tres celdas una estación base con sus propios equipos. El número de celdas por agrupación, J , ahora será múltiplo de 3 y deberá ser róbico, manteniéndose la relación $J = (D/R)^2/3$, donde D es la distancia de reutilización y R es el radio de la celda. Se requiere calcular una expresión para el número de celdas por agrupación con sectorización, J , en función de la relación de protección, r_p , que hace que se cumpla la misma. Y calcular el nuevo número de celdas total, teniendo en cuenta la sectorización. Para ello puede

- Utilizar alguna aproximación burda.
- Proceder de una forma más exacta, de la siguiente forma: 1) calcule la relación entre la potencia útil y la interferente, c/i , cuando sólo haya una celda interferente tal como se indica en la Figura 6.2, y 2) calcule una expresión que relacione el patrón de reutilización con la relación de protección en el caso de tener 6 agrupaciones alrededor. Aproxime el efecto del resto de las 5 celdas interferentes aproximando la interferencia total como 2 veces la calculada anteriormente, en 1), dado que al menos 3 de las seis causan una interferencia prácticamente nula debido a la orientación de su patrón de radiación y dos de las restantes tienen una interferencia menor que la provocada por la que causa la mayor interferencia en 1), y se asume que la interferencia de ambas equivale a la de ésta.

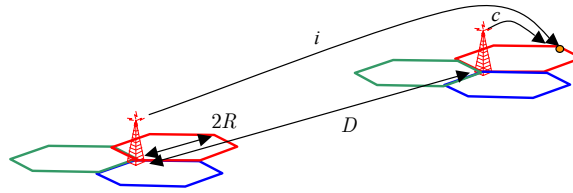


Figura 6.2 Esquema de sectorización de 120°.

Solución.

- a) Procedemos de forma estándar, calculando el tráfico ofertado, el tráfico demandado, e igualándolos.

Para calcular el tráfico ofertado necesitamos saber el número de canales de usuarios para, junto con la probabilidad de congestión, utilizar la Erlang B. Para calcular el número de canales de usuario tenemos que repartir el ancho de banda entre las células de una agrupación, J . Tenemos que calcular primero este número. Primero calculamos la relación de protección,

$$r_p = 10^{R_p/10} = 10^{14/10} = 25.12 \quad (6.21)$$

y luego el patrón de reutilización:

$$J' = 1/3 \cdot [1 + (6 \cdot r_p)^{1/n}]^2 = 1/3 \cdot [1 + (6 \cdot 25.12)^{1/3.1}]^2 = 12.16. \quad (6.22)$$

Por lo tanto $J = 13$, el número rómbico más cercano por arriba. Este J es el número de celdas por racimo o patrón de reutilización. El número de (pares de) portadoras en cada celda es el ancho de la banda dividido por el ancho de un radiocanal en GSM, 200 kHz,

$$C_c = B/200 \text{ kHz} = 4200 \text{ kHz}/200 \text{ kHz} = 21. \quad (6.23)$$

En GSM tenemos 8 intervalos de tiempo o canales de usuario en cada portadora. Por lo que dividimos el número resultante entre el número de células, multiplicamos por 8 y le quitamos un canal correspondiente a señalización,

$$N_c = \lfloor C_c/J \rfloor \times 8 - 1 = 7. \quad (6.24)$$

El tráfico ofertado por cada celda es la inversa de la función Erlang B, $B^{-1}(2\%, 7) = 2.94$ E.

Podríamos igualar tráfico ofertado y demandado a nivel de celda para despejar el área de celda y luego el producto QJ , el número total de celdas. Pero para el dato que se pide es más inmediato igualar la oferta y la demanda en toda la zona de cobertura. Calculamos el tráfico demandado total,

$$A_{t,d} = S_t \rho_a \quad (6.25)$$

donde $\rho_a = 12 \text{ E/km}^2$ y $S_t = 400 \text{ km}^2$. Igualando tráficos ofertados y demandados totales, $A_{t,o} = A_{t,d}$, queda $A_{t,o} = QJA_o$. Despejando, el número de celdas total es

$$QJ = S_t \rho_a / A_o = 400 \cdot 12 / 2.94 = 1633. \quad (6.26)$$

- b) En la primera opción podemos utilizar la misma fórmula que en celdas omnidireccionales y suponer que al haber sectorización y tener antenas direccionales la interferencia es debida a aproximadamente 2 celdas y no a 6. Reescribiendo la expresión, reemplazando el 6 por el 2 queda

$$J \geq \frac{1}{3} \left(1 + (2r_p)^{1/n} \right)^2 = 6.86. \quad (6.27)$$

Que arroja un valor de $J = 9$, el mayor entero múltiplo de 3 y róbico es $J = 9$. Repetimos los cálculos del apartado anterior para este patrón de reutilización. Dividimos el número resultante entre el número de células, multiplicamos por 8 y le quitamos un canal correspondiente a señalización,

$$N_c = \lfloor C_c/J \rfloor \times 8 - 1 = 15. \quad (6.28)$$

Para este resultado, el tráfico ofertado por celda es,

$$A_o = 9.01 \text{ E}. \quad (6.29)$$

La oferta total queda, al igual que antes, $A_{t,o} = QJA_o$. Finalmente, igualando tráfico ofertado y demandado total, $A_{t,o} = A_{t,d}$, el número de celdas necesario queda

$$QJ = S_t \rho_a / A_o = 533. \quad (6.30)$$

Que es sensiblemente menor. Además, hay que tener en cuenta que con sectorización sólo hace falta un emplazamiento por cada tres celdas. También, aunque no se ha tenido en cuenta, con sectorización se puede utilizar tilt, mejorando aún más el sistema.

Si como segunda opción seguimos los pasos marcados en el enunciado para obtener una mejor aproximación, tenemos que proceder de la siguiente forma. Calculamos primero la relación potencia útil a interferente,

$$\begin{aligned}\frac{c}{i} &= \frac{pire/(kd_c^n)}{pire/(kd_i^n)} = \frac{d_i^n}{d_c^n} = \left(\frac{D_c + 2R_c}{2R_c}\right)^n \\ &= \left(\frac{D_c}{2R_c} + 1\right)^n = \left(\frac{1}{2}(3J)^{1/2} + 1\right)^n.\end{aligned}\quad (6.31)$$

Para 3 interferentes, la interferencia total es 2 veces la calculada para uno,

$$\frac{c}{i_t} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}(3J)^{1/2} + 1\right)^n. \quad (6.32)$$

Imponemos que sea mayor que la relación de protección y despejando, calculamos el patrón de reutilización,

$$c/i_t \geq r_p \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}(3J)^{1/2} + 1\right)^n \geq r_p \Rightarrow J \geq \frac{4}{3} \left((2r_p)^{1/n} - 1\right)^2. \quad (6.33)$$

Para el problema que nos ocupa queda

$$J \geq \frac{4}{3} \left((2r_p)^{1/n} - 1\right)^2 = 8.57, \quad (6.34)$$

luego el mayor entero múltiplo de 3 y róbico es $J = 9$. Habría una portadora por celda y tendríamos el mismo resultado -mismo número de celdas- que anteriormente.

En principio, esta expresión es más precisa y conservadora que la de la expresión (6.27). De hecho hay una diferencia significativa entre los valores 6.86 y 8.57. Al aumentar la distancia de R a $2R$ la relación c/i empeora respecto a la situación de partida en (6.27). Por otro lado, en un caso se ha considerado la interferencia total como dos veces la interferencia de la celda más interferente mientras que en el segundo se ha considerado un factor de 3. Aparte, con tilt obtendríamos una diferencia menos significativa. También, las pérdidas en entornos rurales son pequeñas en comparación con un entorno urbano. Eso hace que la interferencia de celdas cocanales sea mayor. Si se utilizan exponentes de pérdidas mayores, por ejemplo de 3.5 ó 3.9, la diferencia se reduciría aun más.

P. 6.4 Planificación GSM

Un operador de telefonía móvil GSM dispone de una banda de 5.6 MHz (en el sentido ascendente y otro ancho de banda de 5.6 MHz en el descendente). Se planea localizar un central de conmutación en sistema de comunicaciones móviles -*mobile switching center* - (MSC) para servir una zona urbana circular de radio 5 km en la que las pérdidas de propagación se modelan como $l_b(d) = k \cdot d^{3.9}$, con d en metros. La densidad de habitantes en esta zona es de 7500 hab/km². El índice de penetración de este operador en la población

es de un 15 % de abonados. El número medio de tentativas de llamadas por abonado durante la hora de mayor demanda es de 0.3 y la duración media de éstas de 100 s. El objetivo de calidad (probabilidad de congestión) fijado por el operador para el sistema a desarrollar es del 2 %, y se prevé instalar antenas utilizando tilt de forma que la relación de protección efectiva se reduce de 16 a 14 dB.

Dimensione el sistema celular para satisfacer el tráfico en la peor hora con la probabilidad de congestión dada, utilizando celdas hexagonales y sistemas radiantes omnidireccionales. En cada célula se empleará un canal físico para señalización.

- Calcule el número mínimo posible de células por racimo.
- Calcule el número de canales físicos disponibles para toda la zona de cobertura y, para el número de células por racimo obtenido, el número de canales de tráfico disponibles en una BTS.
- Para el número de células calculado en el Apartado a) obtenga el índice de reutilización y el número total de BTS necesarias.
- El coste de instalación de un emplazamiento es elevado, ya que hay buscarlo, pagar por el uso del mismo, por la instalación de la casetilla, instalaciones eléctricas, equipos, etc. Por ello se pide en este apartado estudiar alguna propuesta alternativa que permita reducir el número de éstos. Compare el número de celdas necesarias obtenido con el del apartado anterior. *Nota:* suponga que la operadora puede incorporar los sistemas o técnicas que usted crea conveniente.

Solución.

- La relación de protección que se exige es de 16 dB, que se reduce de forma efectiva a 14 dB si hay tilt. Para celdas omnidireccionales no hay tilt. Así, la relación de protección que hay que exigir es 16 dB, que en unidades naturales es

$$r_p = 10^{R_p/10} = 10^{16/10} = 39.8107. \quad (6.35)$$

Esta es la relación potencia de portadora a interferencia máxima que soporta el sistema. De este valor se saca el mínimo patrón de reutilización posible,

$$J' = 1/3 \cdot [1 + (6 \cdot r_p)^{1/n}]^2 = 1/3 \cdot [1 + (6 \cdot 39.81)^{1/3.9}]^2 = 8.5743. \quad (6.36)$$

Como en geometría hexagonal el número de celdas por agrupación, tiene que ser un número rómbico, el mínimo patrón de reutilización es el menor número rómbico mayor de J' , esto es, $J = 9$.

- Tenemos 8 intervalos de tiempo por cada portadora. El número de pares de portadoras es el ancho de la banda dividido por el ancho de un radiocanal en GSM, 200 kHz.

$$C_c = B/200 \text{ kHz} = 5600 \text{ kHz}/200 \text{ kHz} = 28. \quad (6.37)$$

Dividimos el número resultante entre el número de células y le quitamos un canal correspondiente a señalización,

$$N_c = 8 \times \lfloor C_c/J \rfloor - 1 = 8 \times 3 - 1 = 23. \quad (6.38)$$

La expresión anterior indica que se reparten portadoras completas a estaciones base. Sobra una portadora que podría dejarse de reserva para estación base que luego vea incrementado su tráfico. También podría haberse supuesto por simplicidad un reparto uniforme de slots entre celdas. Aunque esto no se corresponde con la realidad de GSM.

- c) En el apartado anterior se calculó el número de canales de usuario, 23. El tráfico que una celda puede servir con esos canales, A_o , se calcula como sigue. El tráfico ofertado se calcula a partir del GoS y del número de canales de usuario disponibles, 23 en nuestro caso,

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(2\%, 23) = 15.84 \text{ E}. \quad (6.39)$$

Esta es la oferta de tráfico por parte de una BTS o celda.

Por otro lado, el tráfico demandado por los usuarios se calcula multiplicando el tráfico por móvil, a , y el número de móviles en una celda, M_c . El tráfico por móvil abonado se puede calcular como

$$a = L_{ll} \cdot H_{ll} / 3600 = 0.3 \text{ ll/h} \cdot 100 \text{ s/3600} = 0.3/3600 \text{ ll/s} \cdot 100 \text{ s} = 0.0083 \text{ E}, \quad (6.40)$$

donde L_{ll} es el número de tentativas de llamada por hora en la peor hora y H_{ll} es la duración de la llamada en segundos.

Si igualamos el tráfico ofertado al demandado,

$$A_o = A_d = M_c a, \quad (6.41)$$

despejamos el número de móviles por celda, $M_c = A_o/a = 1908.4$.

Para calcular la superficie de celda, S_c , a partir de M_c procedemos como sigue. Si M_t es el número total de móviles en la zona de cobertura, y S_t la superficie total de cobertura, la densidad de móviles es

$$\rho_m = M_t/S_t = M_c/S_c. \quad (6.42)$$

Y la superficie de celda, S_c , es

$$S_c = M_c/\rho_m = M_c S_t/M_t = A_o S_t/(a M_t) = 1.69 \text{ km}^2. \quad (6.43)$$

donde $M_t = S_t \rho_h I_p = 78.5398 \cdot 7500 \cdot 0.15 = 8.8357 \cdot 10^4$ es el número total de abonados en el área de cobertura, I_p es el índice de penetración del operador en la población y ρ_h es la densidad de habitantes en la zona.

Para calcular el índice de reutilización igualamos áreas:

$$QJS_c = S_t = A_o S_t/(a M_t), \quad (6.44)$$

donde $S_t = \pi R^2 = 78.5398 \text{ km}^2$. Despejando,

$$Q \cdot J = 5.1649 \cdot 9 = 46.48 \Rightarrow 47, \quad (6.45)$$

Un índice de reutilización más cercano a la realidad sería $Q = 47/J = 5.22$.

De forma general, en problemas de sistemas celulares FDMA ó similares, se puede calcular primero la superficie de celda, si no es dato, y luego a partir de esta superficie resolver cualquier pregunta que se formule acerca del sistema. Sin embargo, no es la única forma en la que se puede resolver el problema. En este caso, por ejemplo, podríamos haber calculado de forma directa lo que nos piden, el índice de reutilización, sin más que igualar el tráfico total ofertado en el sistema, en todas las celdas, con el tráfico demandado en todas ellas. Se incluyen a continuación estos cálculos alternativos, para concluir el mismo resultado anterior.

El tráfico ofertado total en el área de cobertura es

$$A_{t,o} = QJA_o, \quad (6.46)$$

y la demanda total de tráfico

$$A_{t,d} = M_t a. \quad (6.47)$$

La oferta total debe ser igual a la demanda total: $A_{t,d} = A_{t,o}$, con lo que

$$M_t a = QJA_o \Rightarrow Q = M_t / ((A_o/a)J) = 5.1649, \quad (6.48)$$

que proporciona Q , el índice de reutilización, el número de veces que se repite una agrupación en la zona de cobertura. Como cada agrupación tiene J estaciones base, y tiene que haber un número entero de ellas, el número total de células es

$$Q \cdot J = 5.1649 \cdot 9 = 46.48 \Rightarrow 47. \quad (6.49)$$

d) Se proponen varias soluciones.

Solución 1. Sectorización. Una solución posible es usar sectorización. En este caso es habitual utilizar 120° . Cada sector es una celda hexagonal. El emplazamiento está en un vértice común de los 3 hexágonos. En principio el patrón de reutilización J es un número rómbico y además un múltiplo de 3 para poder así repetir la agrupación de forma sistemática y que la interferencia en todas las celdas sea la misma. El nuevo patrón de reutilización sería, de forma aproximada:

$$J' = 1/3 \cdot [1 + (2 \cdot r_p)^{1/n}]^2 = 1/3 \cdot [1 + (2 \cdot 25.12)^{1/3.9}]^2 = 4.63, \quad (6.50)$$

y $J = 9$, el número rómbico superior múltiplo de 3. Todo queda igual que antes, aunque con una C/I mejor, porque se puede introducir tilt por la sectorización, y también con una reducción en un factor de 3 en el número de emplazamientos, desde los que se radiaría a 3 sectores.

Nota: se podría haber utilizado también $3r_p$ en vez de $2r_p$. Se ha optado por una

solución más aproximada aun siendo menos conservadora.

Solución 2. DCA. La siguiente solución propuesta es aplicar DCA a toda la agrupación. El cálculo es complicado y lo que aquí se va a realizar es una estimación optimista suponiendo que se pueden repartir las portadoras según el tráfico en las celdas cumpliendo siempre con las restricciones impuestas por la relación de protección. Además, no es inmediato imponer que se asignen portadoras completas a los sectores, así que asumiremos que se reparten slots aunque en la realidad sabemos que se asignan portadoras completas. En este caso, se puede asignar cualquier recurso, slot, a cualquier celda, y el tráfico ofertado viene dado por una Erlang B con todos los slots disponibles.

Del Apartado b) tenemos 28 portadoras en total, y las distribuimos en 9 celdas, utilizando al menos 9 para señalización, quedan $28 \times 8 - 9 = 215$. Calculamos $A_o = B^{-1}(N_c, p_c)$, el tráfico ofrecido a toda la agrupación. Interpolando de los valores de una tabla de Erlang,

$$A = (N_c - 150) \cdot (186.2 - 136.8) / (200 - 150) + 136.8 = 195.82 \text{ E.} \quad (6.51)$$

El índice de reutilización: $Q = M_t / (A/a) = 3.7$. Y el número de estaciones base total, $QJ = 33.3 \Rightarrow 34$.

Esto sería lo mejor que lo podría hacer si se pudiese distribuir slots según demanda asumiendo que no hay interferencias. Vemos que se reduce el número de estaciones base de 47 a 34.

Nota: Podríamos mezclar las soluciones 1 y 2.

P. 6.5 Sistema celular GSM con patrón de reutilización 3

Una empresa ha desplegado un sistema móvil terrestre público GSM 900. El despliegue tiene agrupaciones con patrón de reutilización igual a $J = 3$, para ahorrar frecuencias. Así, la agrupación está formada por tres estaciones base en un mismo emplazamiento. Esto es, tres sistemas radiantes de 120° , tal como se muestra en la Figura 6.3. Y todas las portadoras en un mismo emplazamiento son distintas. Se ha asumido una distribución homogénea de usuarios. También, una propagación homogénea, esto es, que las pérdidas de propagación son las mismas en todas las direcciones desde cualquier emplazamiento. El área de celda diseñada (sector) es de 4 km^2 (radio igual a $R = 1.24 \text{ km}$). La operadora, encarga a otra empresa que compruebe que se cumplen los requisitos de calidad para este sistema.

Se conoce que las pérdidas se pueden considerar que siguen la expresión $l_b = kd^n$ con d la distancia en metros, $k = 2.5$ y $n = 3.8$. Y se debe incluir un margen de 15 dB. También se aportan los parámetros con los que se diseñó el sistema:

- Superficie total 300 km^2 .
- Población 760000 habitantes.
- La tasa de penetración de telefonía móvil en la población esperada es del 80 %. Y esta operadora acapara el 25 % de este mercado.

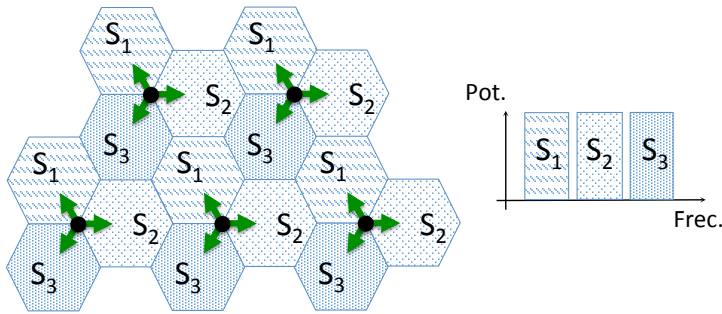


Figura 6.3 Esquema de sectorización con $J = 3$.

- Los abonados realizarán 0.3 intentos de llamada en hora cargada.
- La duración media de las llamadas es de 300 s.
- Se exige un GoS (también probabilidad de congestión) del 2 %.
- Relación de protección C/I cocanal necesaria de 9 dB, incluida la mejora por tilt.
- Estaciones BTS cuyas características más relevantes son una potencia máxima entregada por portadora de (Tx) de 44.5 dBm y una sensibilidad de -105 dBm. Las antenas son sectoriales de 20 dBi de ganancia.
- El cable de alimentación que une transmisor y antenas de la BTS tiene 2 dB de pérdidas.
- Se consideran MS con potencia máxima de 30 dBm (1W). El sistema debería operar con teléfonos de sensibilidad iguales o mejores a -100 dBm (medidos en la unión antena-receptor). Las ganancias de las antenas se supondrán 0 dBi. Se consideran 0 dB de pérdidas adicionales.
- Se utiliza 1 slot para señalización por cada dos transceptores.
- La operadora dispone de 36 canales en la banda de 900.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 7$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.

Se pide

- a) Comprobar que se cumple el requisito de calidad en cuanto a la probabilidad de congestión.
- b) Comprobar si se cumple la calidad en cuanto al nivel de señal, con los equipos proporcionados. Para el punto más alejado del transmisor y 90 % del tiempo. En el enlace ascendente y descendente.
- c) Comprobar la calidad en cuanto a la relación potencia útil a interferencia, C/I , en el enlace descendente y para este caso particular con sectorización y $J = 3$. Para ello suponga que todos los transmisores tienen la misma potencia, y

1.- Calcule de forma exacta la relación potencia útil de portadora a potencia interferente entre una celda cualquiera y la celda cocanal que mayor interferencia le causa. Para ello seleccione la celda cocanal interferente con la mayor ganancia en la dirección de la celda interferida.

2.- Aproxime la interferencia total de todas las celdas cocanales como 3 veces la interferencia máxima del apartado anterior. Con esta interferencia total calcule la relación útil de portadora a potencia interferente total.

- d) La operadora decide introducir un nuevo sistema para dar cobertura de datos, para lo que introduce una nueva banda de frecuencias. Cada usuario móvil genera 0.7 MByte a la hora, en la peor hora. Y el sistema introducido permite utilizar la misma frecuencia en torno al centro del emplazamiento³, ver Figura 6.4. Si la eficiencia espectral de este nuevo sistema es 2.4 b/s/Hz, y el radio de los hexágonos centrales (fondo blanco) es 1000 m, calcule el ancho de banda W , $(S_1+S_2+S_3)$ en Figura 6.4, necesario para poder servir, en promedio -sin importar el retraso-, el tráfico demandado.

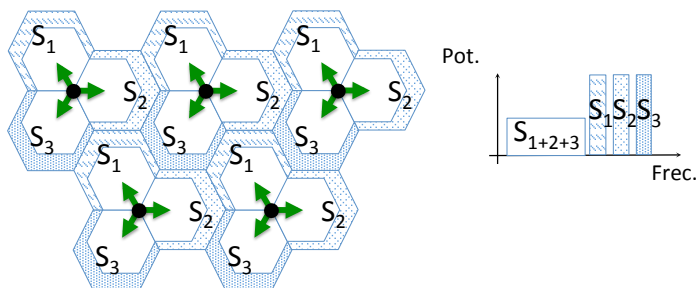


Figura 6.4 Esquema SFR.

Nota 1: El lado de un hexágono es igual a su radio.

Solución.

- a) Comprobamos si el tráfico ofertado es mayor del tráfico demandado.

El número de radiocanales disponibles es $C_c = 36$, que entre $J = 3$ son 12 por celda. El número de canales de usuario es $N_c = 12 \cdot 8 - 6 = 90$ ya que hay 8 slots por portadora y reservamos 6 para señalización, utilizando los datos aportados. El tráfico ofertado por celda es $A_o = B^{-1}(p_c = 2\%, N_c = 90) = 78.38$ E.

El tráfico demandado por km^2 se calcula a partir del tráfico admisible $\rho_a = \rho_m L_{11} H_{11} = 506.6 \cdot 0.3 \cdot 300/3600 = 12.66$ E/ km^2 . Donde $\rho_m = 760000 \cdot 0.8 \cdot 0.25/300 = 506.6$ ab/ km^2 es la densidad de abonados por unidad de superficie y se calcula como el número de habitantes, por el índice de penetración de la telefonía móvil, por el índice

³ A este sistema de reutilización de frecuencia se le denomina reutilización parcial de frecuencias -Partial Frequency Reuse- (PFR).

de penetración de la operadora, partido por la superficie total. Ahora se pasa a calcular el tráfico demandado en una celda (sector)

$$A_d = S_c \cdot \rho_a \quad (6.52)$$

e imponemos la condición de que sea menor que el tráfico ofertado

$$A_o \geq A_d \Rightarrow 78.38 \geq 4 \cdot 12.66 \Rightarrow \text{Sí} . \quad (6.53)$$

- b) Tenemos que comprobar que la potencia recibida es mayor de la potencia necesaria, dada por la sensibilidad, el tanto por ciento de emplazamientos y tiempo requeridos y un margen adicional si lo hubiere. En ambos enlaces, el descendente y el ascendente.

Estamos en comunicaciones TMA digitales. Necesitamos que llegue una potencia igual a la sensibilidad del móvil, $S_{ms} = -100$ dBm, más una corrección por 90 % del tiempo, $\Delta_e C$, más un margen de 15 dB. La corrección por ruido y multitrayecto, en sistemas digitales y a diferencia de los sistemas analógicos, está incluida en la sensibilidad. Aparte, las pérdidas en conectores en el móvil son nulas. Así:

$$P_{dr} = S_{ms} + L + \Delta_e C + M = -100 + 0 + 2.56 + 15 = -82.44 \text{ dBm}, \quad (6.54)$$

donde $\Delta_e C = K(T)\sigma_T = 1.28 \cdot 2 = 2.56$ dB.

Por Friis, $P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r$, la potencia entregada por el Tx de la BTS:

$$\begin{aligned} P_{et}|_{BTS} &= P_{dr} + L_{tt} - G_t + L_b - G_r = -82.44 + 2 - 20 + 132.97 - 0 \\ &= 32.53 \text{ dBm} < 44.5 \text{ dBm}. \end{aligned} \quad (6.55)$$

Aquí se ha calculado las pérdidas del medio, L_b , como sigue. Si $l_b = kd^n$ y $L_b = 10 \log l_b$, entonces $L_b = 10 \log(2.5(2 \cdot 1.24 \cdot 10^3)^{3.8}) = 132.97$ dB. Se observa que la potencia necesaria entregada en la estación base está por debajo del nivel máximo.

Para el móvil tenemos que las pérdidas son las mismas, el canal es aproximadamente⁴ recíproco, cambia la sensibilidad en 5 dB y la potencia entregada ahora es 5 dB menor:

$$P_{et}|_{MS} = -(S_{ms} - S_{bts}) = 32.53 - 5 = 27.53 \text{ dBm} < 30 \text{ dBm}. \quad (6.56)$$

Luego sí puede cumplirse, con los equipos propuestos, la condición de calidad.

- c) Calculamos la relación c/i , ver Figura 6.5,

$$\frac{c}{i} = \frac{\frac{p_t}{k(2R)^n}}{\frac{p_t}{k(5R)^n}} = (5/2)^n . \quad (6.57)$$

Ahora imponemos $c/(3i) \geq r'_p$, donde se tienen en cuenta el resto de interferentes, de

⁴Las frecuencias del UL no es la misma que en el DL, aunque muy cercana, de forma que las pérdidas de propagación son aproximadamente iguales, y de valor $l_b = kd^n$.

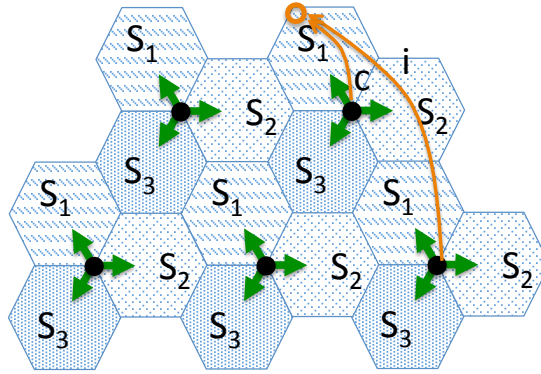


Figura 6.5 Interferencia y potencia útil en esquema de sectorización con $J = 3$.

aquí se deduce que

$$\frac{c}{3i} = \frac{1}{3} (5/2)^n \geq r_p. \quad (6.58)$$

Nótese que r'_p incluye el efecto del tilt y un margen.

Calculamos la relación de protección en unidades naturales, $r_p = 10^{R_p/10} = 10^{9/10} = 7.94$, y queda

$$\frac{c}{3i} = \frac{1}{3} (5/2)^n = 10.84 > r_p = 7.94. \quad (6.59)$$

Luego SI se cumple la relación de protección y hay cobertura en cuanto a C/I .

- d) Calculemos el régimen binario que se necesita y el que oferta el sistema, los igualamos y despejamos el ancho de banda. La densidad de móviles, ρ_m , se calculó en el primer apartado,

$$\rho_m = H_t I_p I_o / S_t = 760000 \cdot 0.8 \cdot 0.25 / 300 = 506.6 \text{ ab/km}^2. \quad (6.60)$$

Y el régimen binario demandado en los 3 sectores interiores de un emplazamiento (3 hexágonos de fondo blanco), es el producto del número de abonados en estos sectores por el régimen binario promedio de cada uno de ellos, $R_{b,ab}$,

$$R_{b,d} = \rho_m \cdot 3 \cdot S_{c,sfr} \cdot R_{b,ab} = 6.14 \text{ Mbps} \quad (6.61)$$

donde

$$S_{c,sfr} = 3\sqrt{3} \cdot 1^2 / 2 = 2.6 \text{ km}^2 \quad (6.62)$$

y el régimen binario de cada abonado es

$$R_{b,ab} = 0.7 \cdot 8 / 3600 = 1.55 \text{ kbps}. \quad (6.63)$$

En este último cálculo se ha multiplicado el volumen de datos bajados por usuario en bytes, por 8 para pasarlo a bits, y dividido por 3600 segundos, para calcular el promedio.

Finalmente, el ancho de banda necesario es este valor dividido por la eficiencia espectral:

$$W = R_{b,d} / \rho_e = 6.14 \cdot 10^6 / 2.4 = 2.56 \text{ MHz.} \quad (6.64)$$

P. 6.6 Sistema GSM-R

El sistema global para las comunicaciones móviles en líneas ferroviarias -*global system for mobile communications - Railway*- (GSM-R) es un sistema GSM adaptado (asuma que es GSM a efectos de resolver el problema) a sistemas ferroviarios. Se plantea diseñar un sistema en el que uno de los objetivos es dar cobertura al personal de la empresa ferroviaria a lo largo de la vía de tren, donde la densidad de tráfico por km en la hora cargada es de 0.5 E y se requiere una probabilidad de congestión del 2 %. La relación de protección exigida es de 12 dB. La empresa dedica a este menester un espectro de 2 MHz. Se desea cubrir un tramo de 200 km de vía del tren de alta velocidad Madrid-Sevilla en un tramo que discurre sobre Castilla La Mancha en línea recta. La orografía del terreno se puede considerar plana. Como el espectro es limitado tendremos que utilizar reutilización de frecuencia. Lógicamente, la solución consiste en poner un conjunto de estaciones bases de forma lineal repartidas a igual distancia a lo largo de este recorrido. Véase el esquema en la Figura 6.6.

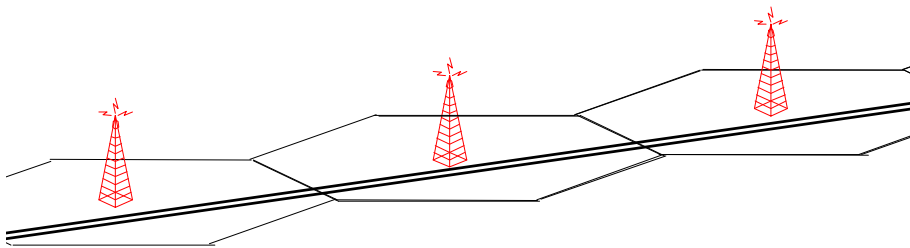


Figura 6.6 Esquema de la solución propuesta para GSM-R con sectorización.

Se pide

- Obtener el patrón de reutilización. Se valorará positivamente obtener una expresión aproximada para calcular este valor en este sistema celular (lineal). Para ello suponga que la interferencia causada por todas las posibles celdas interferentes es la misma. Asuma pérdidas homogéneas de la forma $l_b = kd^n$ para alguna constante k y exponente de pérdidas n .
- Calcular el número de celdas necesarias si se asume un patrón de reutilización de $J = 5$.
- Calcular el índice de reutilización.

Solución.

- a) Calculamos la potencia útil recibida, la interferente, y despejamos el patrón de reutilización que hace que el cociente de ambas esté por encima de la relación de protección.

La potencia que llega a un punto a una distancia d_c desde la estación base viene dada por la siguiente expresión, en unidades naturales,

$$c = \text{pire}_t g_r / (k d_c^n), \quad (6.65)$$

donde pire_t es la PIRE de la estación base en la dirección que une estación base y el punto, y g_r es la ganancia de la antena receptora. Supondremos, a tenor de la figura adjunta, que las estaciones base son omnidireccionales, y por tanto la PIRE es la misma en todas direcciones -despreciamos la diferencia de ganancia para puntos con distintas distancias-. Por otro lado, asumimos que la ganancia de la antena receptora es isótropa.

De igual forma, la potencia interferente, debida a una celda interferente es

$$c = \text{pire}_t g_r / (k d_i^n), \quad (6.66)$$

donde se ha denotado con subíndice i a la distancia estación base interferente al punto donde se quiere calcular la relación c/i .

Dividimos ambos valores para obtener el cociente c/i

$$\frac{c}{i} = \frac{p_t g_t / (k d_c^n)}{p_t g_t / (k d_i^n)} = \left(\frac{d_i}{d_c} \right)^n. \quad (6.67)$$

El punto para el que hay que evaluar la relación c/i debe ser para el punto de una celda para el que la c/i es peor, esto es, para el valor d_i/d_c menor. Tomemos que es aproximadamente el punto más alejado de la célula de interés en la dirección que une ambas celdas (ver dibujo adjunto en Figura 6.7). En este esquema, la distancia de reutilización es $D_c = J \cdot 2d$ y la distancia de un interferente $D_c - d = d(2J - 1)$, finalmente queda

$$\frac{c}{i} = \left(\frac{d_i}{d_c} \right)^n = \left(\frac{J2d - d}{d} \right)^n = (J2 - 1)^n. \quad (6.68)$$

Esta relación es para una sola interferente. En el caso que nos ocupa tenemos dos interferentes, una de cada sentido de la vía. Si, siendo conservadores⁵, aproximamos la interferencia de la celda interferente en sentido opuesto -estaría por la izquierda en la Figura 6.7- por un valor igual al calculado, se multiplica por dos la interferencia

$$\frac{c}{i_{total}} = \frac{c}{2i} = \frac{1}{2} (2J - 1)^n, \quad (6.69)$$

⁵ En el caso exacto, es fácil comprobar que quedaría una relación del tipo $\frac{c}{i_{total}} = \frac{1}{(2J+1)^{-n} + (2J-1)^{-n}} \geq r_p$ y que $J = 3$ cumpliría, con una relación de protección de 12.19 dB.

y el patrón de reutilización en función de la relación de protección queda

$$\begin{aligned} \frac{c}{i_{total}} \geq r_p &\Rightarrow J \geq \frac{1}{2} \left(1 + (2r_p)^{1/n} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + (2 \cdot 10^{1.2})^{1/2} \right) = 3.315 \Rightarrow J = 4, \end{aligned} \quad (6.70)$$

donde se ha tomado $n = 2$ por considerarse el peor caso en zonas rurales y campo abierto. Nótese que no hace falta que sea número rómbico porque el despliegue es lineal.

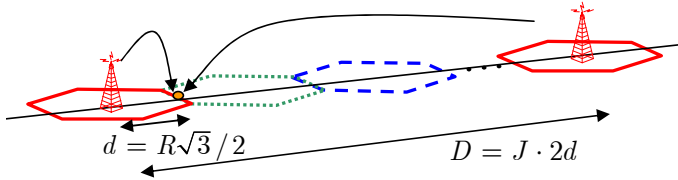


Figura 6.7 Esquema de la solución propuesta para GSM-R con sectorización.

- b) Si se tienen $C_c = 10$ portadoras en total, 2MHz/200kHz, tenemos dos por celda. En total 16 slots por celda, en GSM hay 8 slots o canales de usuario por portadora, a los que les quitamos un canal de control. En total 15 slots por celdas. El tráfico ofertado es

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(15, 2\%) = 9 \text{ E}. \quad (6.71)$$

El tráfico demandado en una celda es $A_d = l \cdot \rho_a = l(\text{km}) \cdot 0.5$. Igualando:

$$A_o = A_d \Rightarrow 9 = l(\text{km}) \cdot 0.5 \Rightarrow l = 18 \text{ km}. \quad (6.72)$$

Como este es el diámetro de la celda, en 200 km habrá $200/18 \approx 12$ células.

- c) El índice de reutilización es $Q = 12/J = 12/4 = 3$.

P. 6.7 Sistema GSM-R sectorizado

El GSM-R es un sistema GSM adaptado (asuma que es GSM a efectos de resolver el problema) a sistemas ferroviarios. Se plantea diseñar un sistema, ver Figura 6.8, para dar cobertura al personal de la empresa ferroviaria a lo largo de la vía de tren, donde la densidad de tráfico por km en la hora cargada es de 1 E y se requiere una probabilidad de congestión del 2 %. La empresa dispone de un espectro de 0.8 MHz. Se desea cubrir un tramo lineal de 300 km de vía del tren de alta velocidad Madrid-Barcelona en un tramo que discurre sobre Aragón. La orografía del terreno se puede considerar plana. La solución planteada es situar emplazamientos con sectorización de 180° a lo largo del recorrido

y junto a la línea ferroviaria. El modelo de pérdidas del medio es del tipo $l = kd^n$ con $n = 2.8$, $k = 5$ y d en metros.

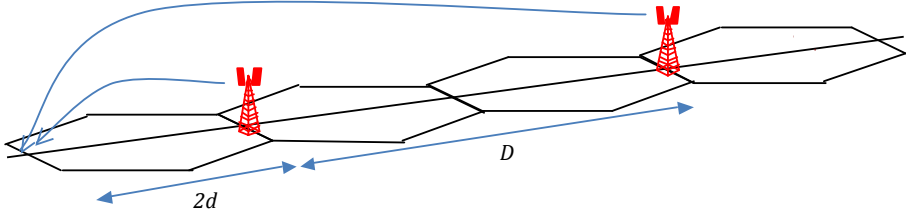


Figura 6.8 Esquema de la solución propuesta para GSM-R con sectorización.

- a) Si la relación de protección requerida es de 14 dB, que puede relajarse 3 dB con un *tilt* adecuado, calcule el número de emplazamientos necesarios. Para ello suponga que la interferencia causada por todas las posibles celdas interferentes es la misma. Y que para radios menores de 15 km no hay problemas de cobertura en cuanto a relación señal a ruido.

Solución.

- a) La relación entre la potencia útil, c , y la interferencia i , se puede escribir en función de la PIRE, la ganancia de la antena receptora g_r -que se asumirá isotrópica-, y las distancias d_c y d_i desde la estación base con la que se comunica el móvil y desde la estación base interferente, respectivamente, al punto donde se calcula. El resultado es el siguiente:

$$\frac{c}{i} = \frac{(pire_t g_r) / kd_c^n}{(pire_t g_r) / kd_i^n} = \left(\frac{d_i}{d_c} \right)^n. \quad (6.73)$$

La calculamos para el punto de la celda donde su valor es mínimo, donde d_i/d_c es menor. Tomemos que es el punto más alejado de la célula de interés y de la interferente, en la dirección que une ambas celdas. La distancia de reutilización es $D_c = J \cdot 2d$, donde J es par y d es la distancia desde el centro a un lado de una celda hexagonal. Nótese que por cada emplazamiento tenemos dos celdas. Así, la distancia de un emplazamiento interferente al borde de una celda interferida es $D_c + 2d = (J + 1)2d$. La distancia $d_c = 2d$. Finalmente queda

$$\frac{c}{i} = \left(\frac{d_i}{d_c} \right)^n = \left(\frac{2d(J+1)}{2d} \right)^n = (J+1)^n. \quad (6.74)$$

Y el patrón de reutilización en función de la relación de protección es

$$\frac{c}{i} \geq r'_p \Rightarrow J \geq \left((r'_p)^{1/n} - 1 \right) = \left((10^{1.1})^{1/2.8} - 1 \right) = 1.47 \Rightarrow J = 2. \quad (6.75)$$

Nótese que no hace falta que sea número rómbico porque el despliegue es lineal. Por otro lado, se ha tomado $R'_p = 14 - 3$ como la relación de protección efectiva al introducir tilt o cabeceo.

Si se tienen 4 portadoras en total, 0.8 MHz/200 kHz, tenemos dos por celda, cuatro por emplazamiento. Como la capa física es igual que la de GSM, tenemos en total 16 slots o canales de usuario por celda, a los que les quitamos un canal de control. En total 15 slots por celdas. El tráfico ofertado es $A_o = B^{-1}(Nc, p) = B^{-1}(15, 2\%) = 9$ E.

El tráfico demandado en una celda es $l \cdot \rho_A = l(\text{km}) \cdot 1$. Igualando

$$A_o = A_d \Rightarrow 9 = l(\text{km}) \cdot 1 \Rightarrow l = 9 \text{ km.} \quad (6.76)$$

Como este es el diámetro de la celda, en 300 km habrá $300/9 = 34$ celdas, 17 emplazamientos.

P. 6.8 Cobertura GSM con capas, celdas omnidireccionales

Se considera una zona en la que una operadora de telefonía móvil quiere desplegar un sistema GSM 900. La zona consta de dos zonas, una dentro de la otra, con diferentes densidades de habitantes. Se propone hacer un despliegue por capas, donde se cubre toda la zona con una Capa 1 consistente en un mallado hexagonal con celdas de 5 km de radio y en la zona central se incluye superpuesta una Capa 2 con un mallado de celdas hexagonales de radio 1.25 km, ver la Figura 6.9.

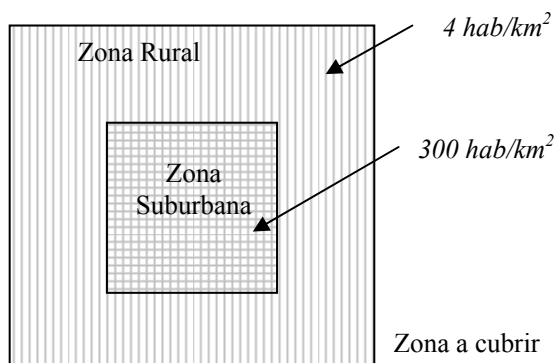


Figura 6.9 Detalles de la zona a cubrir, con las capas y el tráfico en cada zona.

Se conocen los datos del sistema incluidos a continuación:

- Superficie total 800 km^2 .
- La tasa de penetración esta operadora en la población es del 20 %.
- Los abonados realizarán 1.2 intentos de llamada por hora.

- La duración media de las llamadas es de 2.5 minutos.
- Se exige el GoS (también probabilidad de congestión) de la norma GSM, 2 %.
- Relación de protección C/I cocanal necesaria de $9 + 3$ dB en modo Full TCH, que es el que se prevé utilizar. Donde los $+3$ dB se han añadido de margen.
- Se utiliza celdas omnidireccionales con patrón de reutilización $J = 9$, que asegura se cumplen los requisitos de C/I .
- La altura de las BTS son de 50 metros y para los terminales móviles (MS) se considera la altura estándar de 1.5 m.
- El cable de alimentación que une transmisor y antenas de la BTS tiene 2 dB de pérdidas.
- Se utilizarán estaciones BTS cuyas características más relevantes son una potencia máxima entregada por portadora de (Tx) de 44.5 dBm y una sensibilidad de -110 dBm. Las antenas tienen 19 dBi de ganancia.
- Se consideran MS con potencia máxima de 30 dBm (1 W). El sistema debería operar con teléfonos de sensibilidad iguales o mejores a -100 dBm (medidos en la unión antena-receptor). Las ganancias de las antenas se supondrán 0 dBi. No se consideran pérdidas adicionales.
- Las pérdidas se pueden considerar que siguen la expresión $l_b = kd^n$ con $k = 5$ y $n = 3.2$ en zona rural y $n = 3.8$ en zona suburbana, y d en metros.
- Se utiliza un canal (de usuario) para señalización por estación base.
- La operadora dispone de 36 canales en la banda de 900.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 7$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.

La operadora le pide al departamento de planificación radio que:

- a) Compruebe que en estas condiciones el sistema es viable en cuanto a cobertura perimetral de señal, para un 90 % de emplazamientos y 50 % del tiempo, en la zona suburbana para la Capa 1 (celdas omnidireccionales de radio 5 km). Discuta si la zona rural Capa 1 y la Capa 2 tendrán cobertura.
- b) Compruebe que en estas condiciones el sistema puede ser viable en cuanto a tráfico, cumpliendo con los objetivos de C/I en toda la zona a cubrir.

Solución.

- a) Antes de comenzar, es conveniente analizar el sistema. Fuera del cuadrado interno los usuarios están en Capa 1 y la cobertura viene dada por un entorno rural. Dentro del cuadrado interno los usuarios pueden estar conectados a la Capa 1 ó a la Capa 2, y en cualquier caso la cobertura es de carácter suburbano. Así se distinguen tres situaciones: Capa 1 en zona rural, Capa 1 en zona suburbana y Capa 2.

También, conviene analizar antes qué enlace, si el ascendente o el descendente, limita la cobertura C/N . En el enlace descendente la potencia entregada es de 44.5 dBm y la sensibilidad de -100 dBm, en el ascendente la potencia entregada es de 30 dBm y la sensibilidad de -110 dBm. En esta situación el enlace que limita la cobertura es el ascendente.

Capa 1 en zona suburbana: la potencia mediana necesaria es $C_n = C_{\min} + \Delta_e C$, donde

$$C_n = C_{\min} + \Delta_e C + M = -110 + 8.96 = -101.04 \text{ dBm.} \quad (6.77)$$

y

$$\Delta_e C = \sqrt{(K(L)\sigma_L)^2 + (K(T)\sigma_T)^2} = \sqrt{(1.28 \cdot 7)^2} = 8.96 \text{ dB.} \quad (6.78)$$

Por Friis, $P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r$, la potencia entregada por el Tx de la BTS:

$$\begin{aligned} P_{dr}|_{ms} &= P_{et}|_{bts} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r \\ &= 30 - 0 + 0 - 147.54 - 2 + 19 = -100.55 \text{ dBm.} \end{aligned} \quad (6.79)$$

donde

$$L_b = 10 \log_{10}(kd^n) = 10 \log_{10}(5 \cdot (5000)^{3.8}) = 147.55 \text{ dB.} \quad (6.80)$$

Como $P_{dr}|_{ms} > C_n$, Sí hay cobertura perimetral C/N .

Capa 1 en zona rural y Capa 2: Si comparamos esta situación con la de la Capa 1 zona rural, donde el exponente de pérdidas es menor, y la de la Capa 2 zona suburbana, donde el radio es menor, se concluye que *hay cobertura en las tres situaciones*. De hecho, la Capa 1 en zona suburbana se ha escogido como primer caso a estudiar por ser el peor caso.

- b) Igualamos el tráfico ofertado al demandado. Para ello dividimos el espectro en dos partes, asignando una parte a la Capa 1 y otra a la Capa 2. E intentamos servir el tráfico con estos canales.

El número de radiocanales disponibles es 36, que entre $J = 9$ son aproximadamente 4 por celda. Si reservamos uno para la primera capa y 3 para la otra tenemos, para toda la Capa 1 y en particular para la zona rural,

$$A_d = M_c \times L_{ll} H_{ll} = \rho S_c I_p \times L_{ll} H_{ll} = 4 \cdot 64.95 \cdot 0.2 \times (1.2/60) 2.5 = 2.6 \text{ E.} \quad (6.81)$$

Y el tráfico ofertado en la Capa 1 es

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(2\%, 1 \times 8 - 1) = B^{-1}(2\%, 7) = 2.94 \text{ E,} \quad (6.82)$$

donde se utiliza una sola portadora, 8 slots menos uno de señalización. Se ve qué es suficiente con una portadora y que el tráfico ofertado es mayor que el demandado.

Para la Capa 2 vamos a ver si con el resto de portadoras podemos servir todo el tráfico. Repitiendo los cálculos,

$$A_d = M_c \times L_{II} H_{II} = \rho S_c I_p \times L_{II} H_{II} = 300 \cdot 4.06 \cdot 0.2 \times (1.2/60) 2.5 = 12.17 \text{ E.} \quad (6.83)$$

El tráfico ofertado por 3 portadoras, con 8 slots cada una menos uno de señalización, es

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(2\%, 23) = 15.7 \text{ E.} \quad (6.84)$$

Con lo que con las tres portadoras podemos servir todo el tráfico de la zona interior, y además tenemos una portadora más de la Capa 1 para incrementar la oferta de tráfico si es necesario. Luego también se cumple la calidad en cuanto al GoS.

Nótese que al reservar uno a la Capa 1 y los otros a la Capa 2 evitamos interferencias entre zonas y que esta es la idea del diseño por capas, o *layers* en inglés.

P. 6.9 Cobertura GSM con capas

Se considera una zona en la que una operadora de telefonía móvil quiere desplegar un sistema GSM 900. La zona consta de dos zonas, una dentro de la otra, con diferentes densidades de habitantes, ver Figura 6.10. Se propone hacer un análisis por capas, donde se cubra toda la zona con un mallado hexagonal con celdas de 5 km de radio y en la zona central se incluya una segunda capa con celdas hexagonales de radio 1.25 km.

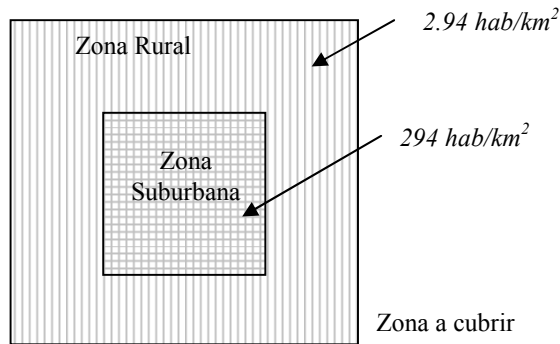


Figura 6.10 Detalles de la zona a cubrir, con las capas y el tráfico en cada zona.

Se conocen los siguientes datos del sistema:

- Superficie total 800 km².
- La tasa de penetración esta operadora en la población es del 20 %.
- Los abonados realizarán 0.02 intentos de llamada por minuto.
- La duración media de las llamadas es de 2.5 minutos.

- Se exige el GoS (también probabilidad de congestión) de la norma GSM, 2 %.
- Relación de protección C/I cocanal necesaria de 9 + 3 dB en modo Full TCH, que es el que se prevé utilizar. Donde los +3 dB se han añadido de margen.
- Se utiliza una sectorización 3/9.
- La altura de las antenas de las estaciones base (BTS) son de 50 metros y para los terminales móviles (MS) se considera la altura estándar de 1.5 m.
- El cable de alimentación que une transmisor y antenas de la BTS tiene 2 dB de pérdidas.
- Se utilizarán estaciones BTS “ultrasite” de Nokia, cuyas características más relevantes son una potencia máxima entregada por portadora de (Tx) de 44.5 dBm y una sensibilidad de -110 dBm. Las antenas tienen 17 dBi de ganancia.
- Se consideran MS con potencia máxima de 30 dBm (1 W). El sistema debería operar con teléfonos de sensibilidad iguales o mejores a -95 dBm (medidos en la unión antena-receptor). Las ganancias de las antenas se supondrán 0 dBi. No se consideran pérdidas adicionales.
- Las pérdidas se pueden considerar que siguen la expresión $l_b = kd^n$ con $k = 5$ y $n = 3.2$ en zona rural y $n = 3.8$ en zona suburbana, y d en metros.
- Se debe incluir un margen de 20 dB en ambos enlaces, UL y DL.
- Se utiliza un canal (de usuario) para señalización por estación base.
- La operadora dispone de 36 canales en la banda de 900.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 7$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.

La operadora le pide al departamento de planificación radio que

- a) Compruebe que en estas condiciones el sistema es viable en cuanto a cobertura de C/I .
- b) Compruebe que en estas condiciones el sistema es viable en cuanto a cobertura perimetral de señal, para un 90 % del tiempo y 50 % de emplazamientos.
- c) Compruebe que en estas condiciones el sistema es viable en cuanto a tráfico.

Solución.

- a) Antes de comenzar, es conveniente analizar el sistema. Fuera del cuadrado interno los usuarios están en Capa 1 y la cobertura viene dada por un entorno rural. Dentro del cuadrado interno los usuarios pueden estar conectados a la Capa 1 ó a la Capa 2, y en cualquier caso la cobertura es de carácter suburbano. Así se distinguen tres situaciones: Capa 1 en zona rural, Capa 1 en zona suburbana y Capa 2.

Para comprobar las condiciones en cuanto a C/I calculamos para el patrón de reutilización, J , dado cuánto vale la relación de protección y comparamos. En nuestro caso para una sectorización 3/9 tenemos una agrupación con 3 emplazamientos con 3 sectores (celdas o BTS) cada uno. De forma que tenemos $J = 9$.

Capa 1 en zona rural: en esta zona,

$$c/i \approx \frac{1}{2} \left(\frac{D_c}{R_c} - 1 \right)^n \Rightarrow c/i \approx \frac{1}{2} \left(\sqrt{3J} - 1 \right)^n = \frac{1}{2} \left(\sqrt{27} - 1 \right)^{3.2} = 49.21. \quad (6.85)$$

En dB

$$C/I = 10 \log(c/i) = 16.92 > R_p = 9 + 3 = 12 \text{ dB}, \quad (6.86)$$

y se cumple.

Capa 1 en zona rural y Capa 2 (en zona suburbana): se cumple con mayor margen, pues el patrón de reutilización es el mismo y las pérdidas son mayores.

- b) En este caso la celda es sectorizada. El peor caso para comprobar el tanto por ciento del tiempo es el punto más alejado de la estación base. Por otro lado, igualmente se distinguen tres situaciones: Capa 1 en zona rural, Capa 1 en zona suburbana y Capa 2. También, conviene analizar antes qué enlace, si el ascendente o el descendente, limita la cobertura. En el enlace descendente la potencia entregada es de 44.5 dBm y la sensibilidad de -95 dBm, en el ascendente la potencia entregada es de 30 dBm y la sensibilidad de -110 dBm. En esta situación el enlace que limita la cobertura es el descendente.

Capa 1 zona rural: La potencia mediana necesaria es $C_n = C_{\min} + \Delta_e C$, donde

$$C_n = C_{\min} + \Delta_e C + M = -95 + 2.54 + 20 = -72.46 \text{ dBm}. \quad (6.87)$$

y

$$\Delta_e C = \sqrt{(K(L)\sigma_L)^2 + (K(T)\sigma_T)^2} = \sqrt{(1.28 \cdot 2)^2} = 2.54 \text{ dB}. \quad (6.88)$$

Por Friis, $P_{dr} = P_{et} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r$, la potencia entregada por el Tx de la BTS:

$$\begin{aligned} P_{dr}|_{ms} &= P_{et}|_{bts} - L_{tt} + G_t - L_b + G_r \\ &= 44.5 - 0 + 0 - 134.98 - 2 + 17 = -75.49 \text{ dBm} \end{aligned} \quad (6.89)$$

donde

$$L_b = 10 \log_{10}(kd^n) = 10 \log_{10}(5 \cdot (2 \cdot 5000)^{3.2}) = 134.98 \text{ dB}. \quad (6.90)$$

Nótese que al estar el emplazamiento en un vértice de la celda la distancia máxima a la que se mide el perímetro es dos veces el radio.

Como $P_{dr}|_{ms} < C_n$, NO hay cobertura perimetral C/N.

Capa 1 en la zona suburbana: No se cumplirá, porque las pérdidas son mayores. Rehaciendo los cálculos

$$P_{dr}|_{ms} = -99.49 \text{ dBm} < C_n, \quad (6.91)$$

y NO cumple.

Capa 2: El radio es menor, 1.25 km, pero las pérdidas son mayores, y hay que rehacer los cálculos para comprobar qué pasa,

$$P_{dr}|_{ms} = -76.61 \text{ dBm} < C_n. \quad (6.92)$$

Y NO se cumplen los objetivos de cobertura en la zona suburbana. Nótese que el margen $M = 20 \text{ dB}$ es un valor muy alto que el sistema no es capaz de asegurar.

- c) El número de radiocanales disponibles es 36, que entre $J = 9$ son aproximadamente 4 por celda.

Si reservamos uno para la primera capa y 3 para la otra tenemos para toda la zona

$$A_d = M_c \times L_{ll} H_{ll} = \rho S_c I_p \times L_{ll} H_{ll} = 2.94 \cdot 64.95 \cdot 0.2 \times 0.02 \cdot 2.5 = 1.9 \text{ E}. \quad (6.93)$$

Y el tráfico ofertado es

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(2\%, 1 \times 8 - 1) = B^{-1}(2\%, 7) = 2.94 \text{ E}, \quad (6.94)$$

donde se utiliza una sólo portadora, 8 slots menos uno de señalización. Se ve qué es suficiente con una portadora y que el tráfico ofertado es mayor que el demandado.

Para la Capa 2 vamos a ver si con el resto de portadoras podemos servir todo el tráfico. Repitiendo los cálculos,

$$A_d = M_c \times L_{ll} H_{ll} = \rho S_c I_p \times L_{ll} H_{ll} = 294 \cdot 4.06 \cdot 0.2 \times 0.02 \cdot 2.5 = 11.93 \text{ E}. \quad (6.95)$$

El tráfico ofertado por 3 portadoras, con 8 slots cada una menos uno de señalización, es

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c) = B^{-1}(2\%, 23) = 15.7 \text{ E}. \quad (6.96)$$

Con lo que también se cumple la calidad en cuanto al GoS. Nótese que al reservar uno a la Capa 1 y los otros a la Capa 2 evitamos interferencias entre zonas.

P. 6.10 Planificación Radio

Se persigue diseñar un sistema GSM en la banda de 900 para cubrir una zona dada por el perímetro de la Figura 6.11. El índice de penetración de telefonía móvil, I_p , es del 120 %, y la cuota del mercado para este operador, I_o , es de 1/3. El operador dispone de una banda, W , de 3 MHz para cubrir esta zona. Cada móvil realiza, en la hora cargada, una tentativa de llamada por hora, con una duración media de 120 segundos. Se desea una probabilidad de congestión del 2 %.

Las zonas en la figura se han obtenido realizando un estudio de mejor servidor: cada punto se asigna al transmisor que llega con más nivel de señal. Las áreas resultantes, S_c

en km^2 , se detallan en la Tabla 6.2, junto con la densidad de habitantes, ρ_{hab} en miles de habitantes por km^2 , en cada una de ellas.

Tabla 6.2 Datos de la Planificación Radio GSM.

Zona	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
S_c	0.8	0.8	1.2	0.8	0.8	1.2	0.8	1.2	0.8	0.8
ρ_{hab}	1.2	1.2	1.2	0.8	0.8	0.9	0.8	1.2	1.2	1.2
A_d										
P										
Asign.										

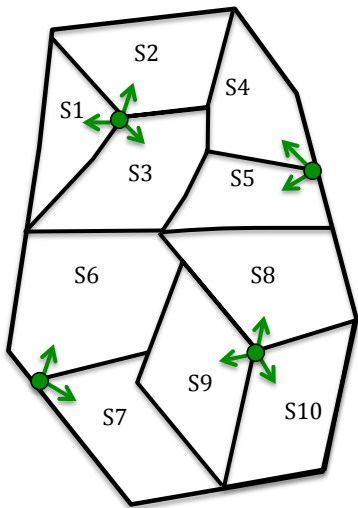


Figura 6.11 Área a cubrir y celdas resultantes de estudio de mejor servidor.

- Complete la Tabla 6.2,
- a) Calcule el tráfico demandado en cada zona, A_d , en Erlangs y el número de portadoras necesarias, P .
 - b) Se desea que la relación de protección C/I sea superior a 12 dB. Para ello se instala tilt y se comprueba que esta relación se cumple siempre que zonas contiguas no sean cocanales⁶. Numere las portadoras disponibles en el sistema (por ejemplo: a,b,c,d,...) y proponga una asignación de portadoras (Asign.), en función del resultado del apartado anterior. ¿Cuántas portadoras hacen falta? ¿Hay espectro suficiente?
- Sugerencia: comience asignando frecuencias a las zonas S3, S5, S6 y S8.

⁶Dos zonas que comparten vértice se consideran contiguas.

Solución.

- a) En el cálculo de tráfico la idea es siempre calcular el tráfico demandado, A_d , por los usuarios en una celda y forzar que sea servido por el tráfico ofertado, A_o , en la estación base en esa celda. En cada celda, el tráfico demandado es el producto,

$$A_d = S_c \rho_{hab} I_p I_o a \quad (6.97)$$

donde a es el tráfico generado por cada móvil en la hora cargada, que depende de las tentativas de llamada por hora, L , y de la duración media de la llamada en segundos, H , de la siguiente forma,

$$a = LH/3600 = 120/3600 = 1/30 \text{ E.} \quad (6.98)$$

Queda, para cada zona,

$$A_d = S_c \rho_{hab} 1.2 \frac{1}{3} \frac{1}{30} = S_c \rho_{hab} \frac{4}{300} \text{ E.} \quad (6.99)$$

Completamos la tabla,

Zona	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
S_c	0.8	0.8	1.2	0.8	0.8	1.2	0.8	1.2	0.8	0.8
ρ_{hab}	1.2	1.2	1.2	0.8	0.8	0.9	0.8	1.2	1.2	1.2
A_d	12.8	12.8	19.2	8.53	8.53	14.4	8.53	19.2	12.8	12.8

Una vez calculado el tráfico demandado, lo igualamos al ofertado por cada transmisor y despejamos el número de portadoras necesarias. Para ello recurrimos a la expresión de la Erlang B inversa para una probabilidad de congestión del 2 % y un tráfico dado, aportando el número de canales necesarios

$$N = B^{-1}(p, A_o). \quad (6.100)$$

Para $p = 2\%$ y los valores obtenidos previamente, completamos la siguiente fila de la tabla, teniendo en cuenta que en GSM se tiene una estructura TDMA de 8 slots por portadora y que hay que dejar algún slot libre para señalización, S . De forma que el número de portadoras necesarias será

$$P = \lceil (N + S)/8 \rceil. \quad (6.101)$$

Los siguientes valores de la Erlang B inversa son útiles para hacer los cálculos:

A_d (E)	2.9	9.01	15.75	21.9
Canales (N)	7	15	23	30
Portadoras (P)	1	2	3	4

donde se ha supuesto un canal de señalización, $S = 1$, para 2-3 portadoras y $S = 2$ para 4. Queda:

Zona	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10
A_d	12.8	12.8	19.2	8.53	8.53	14.4	8.53	19.2	12.8	12.8
P	3	3	4	2	2	3	2	4	3	3

- b) Se observa que en el punto central de la zona a cubrir hay 4 celdas compartiendo vértice. En estas celdas hay en total 13 canales, por lo que como mínimo harán falta este número. Si numeramos estas portadoras de la a a la m y las asignamos a los transmisores centrales queda,

Zona	S3	S5	S6	S8
P	4	2	3	4
Asignación	a,b,c,d	e,f	g,h,i	j,k,l,m

Ahora intentamos reutilizar estas frecuencias en las otras celdas, cumpliendo con la condición de que celdas contiguas no compartan canales. Se propone la siguiente asignación:

Zona	S1	S2	S4	S7	S9	S10
P	3	3	2	2	3	3
Asignación	e,f,k	k,l,m	g,h	m,n	e,f,d	a,b,c

Esta asignación cumple con las especificaciones, por lo que son necesarias 13 portadoras. En GSM cada portadora (FDD) ocupa 200 kHz, por lo que es necesario disponer de 2.6 MHz, que está por debajo del ancho de banda disponible, siendo viable el despliegue.

Nótese que se ha intentado reutilizar frecuencias en celdas lo más distantes posible teniendo en cuenta además la dirección y sentido de los transmisores.

P. 6.11 Sistema PAMR TETRA

Se pretende diseñar un sistema PAMR TETRA (digital) en la banda de 450 MHz para una gran zona cuadrangular de 100 km de lado. El sistema *Terrestrial Trunked Radio* (TETRA) es un sistema duplexión por división en frecuencia -*frequency division duplexing*- (FDD) NB-TDMA con canalización de 25 kHz y 4 slots por portadora y la zona a cubrir es una zona rural. Se dispone de los siguientes datos:

- El sistema en cuestión dispone de 1.25 MHz de ancho de banda (FDD).
- La relación de protección C/I exigida es de 15 dB.
- Se dispone de emplazamientos con alturas de 30 m donde instalar las estaciones base.
- El sistema de transmisión y radiación seleccionado tienen una PIRE de 45 dBm.
- Se plantea un diseño con celdas omnidireccionales. Se asume una propagación homogénea y que cada estación base va a cubrir aproximadamente el mismo número de usuarios.

- Las pérdidas básicas de propagación en entorno rural se pueden calcular como $l = kd^n$ donde $n = 2.7$ y $k = 5$, y d está en metros.
- Los equipos portátiles tienen una ganancia de 0 dBi y una sensibilidad de -95 dBm. Con pérdidas nulas en conectores y cables de alimentación.
- La desviación típica de los valores de potencia o campo respecto a emplazamientos y tiempo son $\sigma_L = 8$ dB y $\sigma_T = 2$ dB.
- Dado que este sistema debe cubrir situaciones de emergencias, se dimensiona cada estación base para servir 25 usuarios. Durante esta situación de emergencia, en la peor hora, cada usuario produce una media de 7 tentativas de llamada por hora y la duración media de estas llamadas es de 70 segundos. Se desea que los usuarios no esperen más de 70 segundos para hacer una llamada, para ello se fija la probabilidad máxima de que se supere este tiempo en el 2 %.

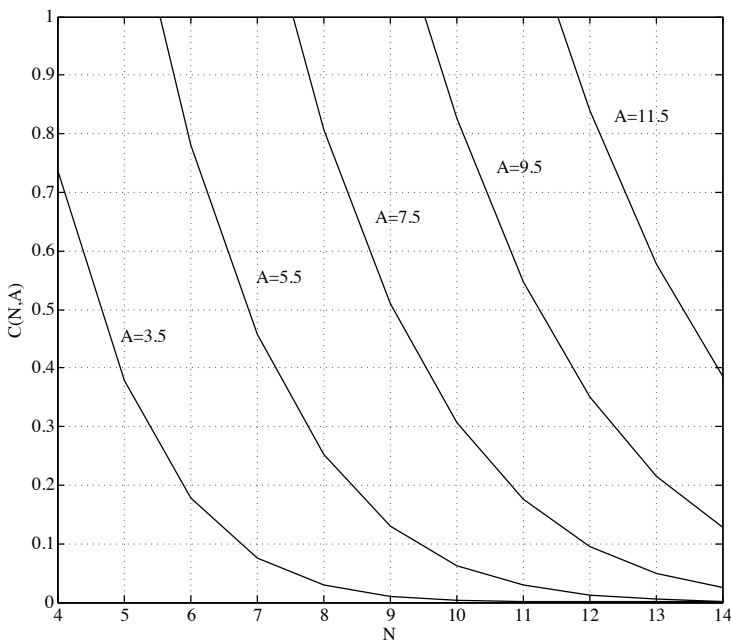


Figura 6.12 Erlang C.

Nota: los números rómbicos entre 3 y 36 son los siguientes, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, 21, 25, 27, 28, 31, 36.

Se pide que

- a) Compruebe, con ayuda de la figura adjunta, Figura 6.12, que se garantiza el GOS=2 % en régimen de llamadas en espera fijado para tamaños de celda de radio $R = 5$ km. ¿Y en régimen de llamadas en pérdidas?

- b) Compruebe que el porcentaje de ubicaciones con cobertura en el enlace descendente y en el límite de la zona de servicio para el 90 % del tiempo supera el 90 %, suponiendo que las estaciones base se van a situar en general en los pueblos de la zona y que por ello en el límite de la zona de cobertura la zona es rural.

Solución.

- a) En el cálculo de tráfico la idea es siempre calcular el tráfico demandado, A_d , por los usuarios en una celda y forzar que sea servido por el tráfico ofertado, A_o , en la estación base en esa celda.

Siendo un sistema PAMR será, en general, un sistema celular. Necesitamos por ello calcular el patrón de reutilización y comprobar que hay reutilización de frecuencia, esto es, un número de celdas mayor que el patrón de reutilización, J , o equivalentemente $Q > 1$. Si es así, repartiremos a cada celda C_c/J canales, donde C_c es el número de canales total disponible.

En sistemas TETRA la relación de protección es elevada. Lo que hace que en general el patrón de reutilización sea elevado también.

Calculamos el patrón de reutilización, J , y el índice de reutilización, Q . Para celdas omnidireccionales, las usadas en el sistema,

$$J \geq 1/3(1 + (6r_p)^{1/n})^2 = 21.22. \quad (6.102)$$

El número rómbico inmediatamente superior es el 25. El área total es $S_t = 10^4 \text{ km}^2$, y la de celda es

$$S_c = 3\sqrt{3}R^2/2 = 64.95 \text{ km}^2. \quad (6.103)$$

Si calculamos el índice de reutilización, $Q = S_t/J/S_c = 6.15$, se concluye que la reutilización es necesaria.

El siguiente paso es dimensionar el sistema celular, en términos de tráfico. Se nos dice que, en el peor de los escenarios, la celda tiene que soportar $M_c = 25$ usuarios con $L_{ll} = 7$ tentativas de llamada por hora y una duración promedio de la llamada de $H_{ll} = 70$ s. El tráfico demandado queda

$$A_d = M_c L_{ll} H_{ll} = 25 \cdot 7 \cdot 70/3600 = 3.4 \text{ E}. \quad (6.104)$$

El tráfico ofertado dependerá del régimen de llamadas y de los recursos de la estación base. El régimen de llamadas en sistemas privados puede ser en pérdidas, de ahí que se facilite la curva de tráfico según la Erlang C y que se nos pida primero asegurar el GOS en este régimen. Los recursos que nos indican es el ancho de banda, $W = 1.25 \text{ MHz}$, que entre $\Delta f = 25 \text{ kHz}$, la canalización del sistema, permite distribuir entre las celdas de una misma agrupación $C_c = W/\Delta f = 50$ canales. Como $J = 25$, tenemos 2 portadoras o radiocanales por estación base. Recordar que por radiocanal se entiende un par de portadoras, una de ida y otra de vuelta (modo FDD). Como se indica en el enunciado, por cada portadora tenemos un TDMA de 4 slots. En total hay $2 \cdot 4 = 8$ slots en cada estación base y, si usamos uno para señalización, $N = 7$ canales de tráfico útil.

Para garantizar que el tráfico ofertado es suficiente, se impone que el GOS o probabilidad de congestión sea menor del valor requerido, del 2 %. Se comprueba,

$$GOS(\%) = C(A_d, N_c) e^{-(N_c - A_d)} \times 100 \approx 0.2\% < 2\%, \quad (6.105)$$

donde se ha tomado de la figura el valor $C(A_d, N_c) \approx 0.075$, tomando $N_c = 7$ y la curva $A = 3.5$ E. De forma que con una sola celda se cumplen los objetivos para el GOS.

Repitiendo los cálculos para régimen de llamadas en pérdidas, calcularíamos

$$GOS = B^{-1}(A_d, N) \quad (6.106)$$

y se comprueba que no cumpliría, al estar el GOS en algún valor entre 3 y 5 %.

- b) El sistema es digital y trabajamos con valores de potencia y no de campo. Para calcular el porcentaje de ubicaciones hay que calcular el valor de potencia recibida que hace falta, el necesario, calcular el que llega, y de la resta de ambos -del exceso de potencia- calcular el porcentaje de ubicaciones.

La potencia necesaria es la suma de la potencia mínima utilizable, C_m , y de la corrección por tanto por ciento de emplazamientos y tiempo en el límite de la zona de cobertura. Este último valor lo desconocemos y el valor C_m es la sensibilidad suministrada, -95 dBm. Así,

$$C_n = C_m + \Delta_e C = -95 + \Delta_e C \text{ dBm}. \quad (6.107)$$

Por otro lado, usando Friis podemos calcular el nivel de potencia mediano recibido, pero nos harán falta las pérdidas. En nuestro caso

$$10 \log(kR^n) = 10 \log(5 \cdot (5 \cdot 10^3)^{2.7}) = 106.86 \text{ dB}. \quad (6.108)$$

Aplicando Friis, para enlace descendente, tal como se requiere,

$$P_{dr} = PIRE - L_b + G_r - L_{tr} = 45 - 106.86 + 0 + 0 = -61.86 \text{ dBm}. \quad (6.109)$$

Igualando $P_{dr} = C_n$ y despejando $\Delta_e C$ queda

$$\Delta_e E = P_{dr} - C_m = -61.86 - (-95) = 33.14 \text{ dB}. \quad (6.110)$$

Si recurrimos a la expresión de $\Delta_e C$,

$$\Delta_e C = \sqrt{(K(L)\sigma_L)^2 + (K(T)\sigma_T)^2} = \sqrt{(K(L) \cdot 8)^2 + (1.28 \cdot 2)^2}, \quad (6.111)$$

donde $K(\cdot)$ está tabulado y el valor correspondiente al 90 % es 1.28, $\sigma_T = 2$ dB -se puede comprobar que se corresponde con en UHF para ondulación 50 m y $d < 50$ km- y $\sigma_L = 8$ dB es también dato, y suele variar entre 8 y 10 dependiendo de la referencia

utilizada. Despejando,

$$K(L)^2 = (\Delta_e C^2 - (K(T)\sigma_T)^2)/\sigma_L^2. \quad (6.112)$$

Se concluye que $K(L) = 4.12$. Recurriendo a la tabla correspondiente [6], se observa que $K(90) = 1.28$ y $K(95) = 1.64$, por lo que se concluye que la cobertura perimetral está muy cercana al 100 % y en cualquier caso superior al 90 %.

P. 6.12 Cobertura WiFi

Se pretende hacer un despliegue WiFi en una planta de un edificio de oficinas. La superficie de la planta es elevada. Por lo que hay que poner un número considerable de puntos de acceso (también denominados nodos ó estaciones base). Los puntos de acceso tienen los datos que se detallan en la Tabla 6.3. Los terminales WiFi tienen las características dada en la Tabla 6.4. La primera y última frecuencia disponibles para centrar un canal son 2.412 GHz y 2.472 GHz.

Tabla 6.3 Datos del Sistema WiFi.

Potencia por canal	100 mW
Número de canales simultáneos por punto de acceso	1
Antena	Omnidireccional
Ganancia de la antena	8 dBi
Pérdidas en los cables	0 dBi
PIRE (EIRP)	100 mW
Rango de frecuencia, UN-85 CNAF	2.4-2.4835 GHz
Dúplex	TDD
Canalización	22 MHz
Sensibilidad	-93 dBm

Tabla 6.4 Datos de terminales WiFi.

Sensibilidad	-88 dBm
PIRE	100 mW
Ganancia Antena	0 dBi

El funcionamiento de uno de los estándares de WiFi, grosso modo, es como sigue. Cuando un usuario quiere hablar ocupa el canal, se pone de acuerdo con el punto de acceso (señalización) y transmite. En sentido descendente, es el punto de acceso el que notifica a los usuarios que usará el canal, ya que el sistema es TDD. Durante la transmisión de un usuario, o del punto de acceso, el resto no pueden usar el canal.

Las pérdidas de propagación en interiores se modelan grosso modo como $l_b = kd^n$,

donde d es la distancia en metros, $k = 1.01 \cdot 10^4$ una constante que incluye entre otros el efecto de la frecuencia y $n = 5$ es el exponente de pérdidas.

- Calcule el patrón de reutilización máximo posible si se exige que no haya solape entre canales.
- Si no se permite solape entre canales, es posible una configuración con un patrón de reutilización de 3 y un canal por punto de acceso. En esta situación determine el radio máximo posible de celda si el tráfico no limitase el sistema.
- Igualmente, para un patrón de reutilización de 3 y un canal por punto de acceso, calcule la relación C/I entre celdas cocanales. Repita los cálculos si se permite solape con un patrón de reutilización de 7.

Solución.

- El rango de frecuencia disponible es $2.4 - 2.4835 = 0.0835$ GHz = 83.5 MHz. Si situamos un canal al comienzo de la banda y otro al final, quedan 60 MHz entre estas frecuencias, a los que restamos los 11 + 11 que ocupan el primer y último canal. Quedan así 38 MHz libres entre el primer canal y el último. Dividiendo por 22 MHz resulta que sólo se puede utilizar un canal más. Así que con 3 canales disponibles, el patrón de reutilización puede como máximo ser $J = 3$.
- El radio máximo de celda posible viene dado por las condiciones de propagación. Habría que aplicar Friis y despejar la distancia para el enlace ascendente y descendente. Sin embargo, como la PIRE es la misma en ambos casos y la sensibilidad es peor en el punto de acceso, el enlace descendente limita la comunicación. Para este caso, imponemos que la potencia que llegue sea mayor o igual que la mínima utilizable

$$C_{min} \leq PIRE - L_{bf} + G_r \Rightarrow -88 = 20 \text{ dBm} - 10 \log(kd^n) + 0 \quad (6.113)$$

y despejamos las pérdidas máximas y la distancia

$$\begin{aligned} L_b &\leq 108 \text{ dBm} \\ d_{\max} &\leq \left(10^{L_{bf}/10} / k\right)^{1/n} = 22.8 \text{ m.} \end{aligned} \quad (6.114)$$

- La relación C/I viene dada por la expresión aproximada,

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{i}\right)_{tot} &= \frac{c}{6 \cdot i_c} = \frac{1}{6} \frac{(D-R)^n}{R^n} \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{D}{R} - 1\right)^n = \frac{1}{6} \left(\sqrt{3J} - 1\right)^n = \frac{1}{6} \left(\sqrt{3 \cdot 3} - 1\right)^5 = 5.33, \end{aligned} \quad (6.115)$$

que se corresponden con 7.27 dBm para patrón de reutilización $J = 3$. Para $J = 7$, repitiendo cálculos, saldría 19.93 dB.

P. 6.13 Dimensionamiento de tráfico de voz y datos

Se plantea dar cobertura con un servicio móvil público terrestre terrenal a una zona cuadrada de lado 5 km. Para ello se opta por implantar un sistema celular basado en FDD FDMA.

Se dispone de una banda de 5 MHz, con una canalización de 12.5 kHz. El 6 % de las portadoras son para voz, el resto para datos.

La modulación utilizada en cada portadora es QPSK, con raíz de coseno alzado de factor de caída $\alpha = 0.35$.

El codec de voz es de 6 kbps cuya salida se protege con un codificador de canal de tasa $2/3$.

Los abonados se distribuyen uniformemente, con una densidad de 5000 usuarios por km^2 , generando cada uno de ellos un tráfico de 50 mE de voz.

La propagación también es uniforme, con unas pérdidas, en unidades naturales, de la forma $l_b = kd^{3.8}$, con k igual a la de propagación en espacio libre y d en metros.

Se dispone de sistemas radiantes omnidireccionales o sectoriales de 120° , según el ingeniero radio decida. Si se utiliza tilt o cabeceo, la relación señal a interferencia entre celdas cocanales mejora en 3 dB.

Asumiendo que es posible dar cobertura en términos de relación señal a ruido, se desea

- que la relación señal a interferencia, C/I , sea mayor de una relación de protección de valor 11 dB y
 - la probabilidad de congestión para voz sea de valor igual o menor al 2 %,
 - con el menor coste posible, esto es, el menor número de emplazamientos.
- a) Proponga un diseño para cumplir con estos parámetros, e indique el número de emplazamientos necesarios y cuántas portadoras se necesitan para soportar (transmitir) un canal de voz o cuántos canales de voz podrían ir por portadora (e.g. con NB-TDMA⁷) ¿Qué tráfico de datos simultáneo (excluido el de voz) soportaría cada celda?

Solución.

- a) Se propone utilizar un sistema celular con reutilización de frecuencias con celdas hexagonales con sectorización y tilt. Dimensionamos primero el tamaño de los racimos, calculando el patrón de reutilización, J . Luego se dimensiona el tamaño de la celda atendiendo al tráfico. El tráfico demandado es el generado por los abonados. Estos transmiten voz y datos. Se asume que un grupo de portadoras se asignan a voz, por conmutación de circuitos. Y se dimensiona el sistema para que con estas portadoras se pueda dar servicio, asegurando la probabilidad de congestión.

Comenzamos calculando J ,

$$J \geq \frac{1}{3}(1 + (2r'_p)^{1/n})^2 = \frac{1}{3}(1 + (2 \cdot 10^{(11-3)/10})^{1/3.8})^2 = 2.9. \quad (6.116)$$

⁷ Acceso múltiple FDMA en el que a su vez cada portadora soporta un TDMA de unos pocos slots.

Se toma un valor para el patrón de reutilización de $J = 3$, dado que es el número rómbico mayor, y que es múltiplo de 3, ya que hemos tomado sectorización de 120° , agrupando celdas hexagonales de tres en tres. En la expresión, la relación de protección tomada es dato, $R_p = 11$ dB, y se ha minorado en 3 dB dado que se usa tilt. En la expresión, se utiliza este dato en unidades naturales.

Una vez conocido el patrón de reutilización, se pasa a calcular la superficie de celda, S_c . Para ello es necesario igualar el tráfico ofertado al tráfico demandado. Hay 10000 abonados por km^2 , y cada uno genera $a = 50$ mE:

$$A_d = M_c a = S_c \rho_m a = S_c \cdot 5000 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 250 S_c \text{ E.} \quad (6.117)$$

Para calcular el tráfico demandado, para la probabilidad de congestión dada, se utiliza la Erlang B,

$$A_o = B^{-1}(p_c, N_c). \quad (6.118)$$

Aquí N_c depende no sólo del ancho de banda total disponible, del ancho de la canalización y de J , sino también del número de canales útiles dedicados a voz, N_v . Esto es, cuantas portadoras N_v se dedican a un canal de voz.

El sistema tiene disponible $B_t = 5$ MHz, que se reparten en portadoras de $\Delta f = 12.5$ kHz, de las que el 6 % se dedican a voz. Esto es, hay disponibles:

$$C_c = 0.06 \cdot B_t / \Delta f = 24, \quad (6.119)$$

Y en cada celda quedan para voz,

$$N_p = \lfloor C_c / J \rfloor = \lfloor 24 / 3 \rfloor = 8. \quad (6.120)$$

Calculamos N_v . Cada subportadora de 12.5 kHz soporta una señal cuaternaria, con dos bits por símbolo y ancho de banda:

$$B = (1 + \alpha) / T_s. \quad (6.121)$$

De donde se despeja el régimen binario:

$$\begin{aligned} B = (1 + \alpha) / T_s &\Rightarrow 2T_b = T_s = (1 + \alpha) / B \Rightarrow \\ R_b = 1/T_b = 2B / (1 + \alpha) &= 2 \cdot 12.5 \cdot 10^3 / (1 + .35) = 18.52 \text{ kbps.} \end{aligned} \quad (6.122)$$

Por otro lado, para cada comunicación de voz, hace falta un régimen binario, R_{bv} , igual al régimen a la salida del codificador de canal, que es el que sale del códec de voz, a 6 kbps, dividido por la tasa del código, $r = 1/1.5$,

$$R_{bv} = 6 \cdot 10^3 / r = 9 \text{ kbps.} \quad (6.123)$$

Se concluye que cada portadora puede transmitir, usando por ejemplo TDMA, $R_b / R_{bv} = 2$ canales de voz. Luego $N_v = 0.5$, asumiendo que la señalización se transmite por otras portadoras, las de datos. Queda, usando (6.120), $N_c = N_p / N_v = 16$.

Finalmente, el tráfico ofertado

$$A_o = B^{-1}(2\%, 16) = 9.83 \text{ E}, \quad (6.124)$$

e igualando tráfico ofertado y demandado

$$A_o = A_d \Rightarrow 9.83 = 250S_c \Rightarrow S_c = 9.83/250 = 0.0393 \text{ km}^2. \quad (6.125)$$

En total hay,

$$QJ = S_T/S_c = 636 \quad (6.126)$$

celdas y, dividiendo por 3, dado que se usa sectorización de 120° , unos 212 emplazamientos.

Realizando cálculos análogos a los anteriores, en este sistema y para datos, se tienen $C_c = (1 - 0.06) \cdot B_t/\Delta f = 376$. Si $J = 3$, se tienen 125 portadoras por celda, que permitirían soportar un tráfico bruto simultáneo de $125 \cdot 18.52 \cdot 10^{-3} = 2.31 \text{ Mbps}$. Este tráfico podría incrementarse utilizando otras modulaciones, sistemas MIMO y/o reutilización de frecuencias en las cercanías de las estaciones base.

P. 6.14 Sistema OFDMA

Se plantea dar cobertura con un servicio móvil público terrestre terrenal a una zona cuadrada de lado 8 km. Para ello se opta por implantar un sistema celular basado, en el DL, en OFDMA. Se comienza el diseño estudiando sólo el enlace descendente. Y repartiendo una porción de la banda disponible entre las celdas, asignándoles un subconjunto de portadoras mediante reutilización de frecuencias.

La planificación es del tipo *hard* con patrón de reutilización $J = 3$, esto es, hay tres celdas, sectores de 120° , por agrupación, cada una de ellas con un tercio del ancho de banda.

La porción de la banda a repartir es de $3 \times 5 \text{ MHz FDD}$, de las cuáles sólo $3 \times 4.5 \text{ MHz}$ son útiles y el resto es banda de guarda. El sistema OFDMA tiene subportadoras de 15 kHz. A cada usuario se le asignan un número de bloque de recurso -*Resource Block*- (RB), formado por 12 subportadoras durante 0.5 ms.

La transmisión en cada bloque se arbitra en forma de trama de 10 ms, durante los cuales cada RB, de 0.5 ms y 12 subportadoras, se puede asignar a distintos o al mismo usuario. Así, un usuario puede utilizar varios RB, ya sea ocupando más ancho de banda o más slots de tiempo⁸.

Durante $1/(15 \cdot 10^3) \text{ s}$, esto es, $66.667 \mu\text{s}$, se transmiten las subportadoras, precedido de un prefijo cíclico⁹ de $4.69 \mu\text{s}$.

Cada portadora puede ir modulada con una QPSK, una 16 QAM, ó una 64-QAM, y una codificación de canal de tasa $1/3, 1/2$ ó $3/4$.

⁸ A efectos prácticos, es un sistema FDM con una canalización de 180 kHz, $12 \times 15 \text{ kHz}$, y además se usa un TDM de 20 slots sobre este ancho de banda, pudiendo un usuario ocupar (agregar) uno o más slots y una o más canalizaciones de 180 kHz.

⁹ En este problema, se puede ver el prefijo cíclico como un periodo de guarda.

Aproximadamente, el 10 % del régimen binario bruto, antes de codificar, se invierte en señalización.

Los abonados se distribuyen uniformemente, con una densidad de 10000 usuarios por km^2 , demandando cada uno de ellos un tráfico de 0.2 MB por hora en la hora cargada.

Se desea,

- Calcular el régimen mínimo y máximo ofertado a un usuario si sólo se le dedica un RB por trama, esto es, 12 subportadoras durante 0.5 ms. Tenga en cuenta la pérdida de eficiencia por prefijo cíclico y la señalización.
- Calcular el máximo régimen binario posible para un usuario en una celda o sector, en las mejores de las condiciones del canal. Tenga en cuenta la pérdida de eficiencia por prefijo cíclico y la señalización. Asuma que se le pueden asignar todos los RB a un usuario.
- Calcular el número de emplazamientos en el sistema. Asuma por simplicidad que todos los usuarios transmiten los canales de tráfico con una QPSK con codificación de tasa $r = 1/2$.

Solución.

- El caudal mínimo para un RB viene dado para una modulación QPSK y una codificación de $r = 1/3$. En esta situación, transmitimos $N_{RB} = 12$ subportadoras, cada una de ellas de 15 kHz que soportan $R_{s,sc} = 15$ ksps. Esto da

$$R_s|_{RB,bruto} = R_{s,sc} N_{RB} = 15 \cdot 12 = 180 \text{ ksps.} \quad (6.127)$$

A este régimen hay que aplicarle una eficiencia debido al prefijo cíclico:

$$\eta_{CP} = 66.667 / (4.69 + 66.667) = 0.9343 \quad (6.128)$$

y otra debida a la señalización, $\eta_s = 0.9$. También, hay que multiplicarlo por $\log_2(M)$ con $M = 4$ por ser la modulación QPSK una cuaternaria, y multiplicarlo por la tasa del código de canal, para obtener así el régimen ofrecido al usuario en la capa física. Como el RB sólo transmite 0.5 ms de cada 10 ms, hay que actualizar la cantidad por $\eta_{tr} = 0.5/10 = 0.05$. Queda,

$$\begin{aligned} R_s|_{RB,min} &= R_s|_{RB,bruto} \eta_{CP} \eta_s \log_2(M) r \eta_{tr} \\ &= 180 \cdot 0.9343 \cdot 0.9 \cdot 2 \cdot 1/3 \cdot 0.05 = 5.04 \text{ kbps.} \end{aligned} \quad (6.129)$$

El caso de régimen máximo¹⁰ se corresponde con la transmisión de una 64-QAM y de una tasa de código de $r = 3/4$, que se corresponde con unas condiciones óptimas del canal. Rehaciendo los cálculos

$$\begin{aligned} R_s|_{RB,max} &= R_s|_{RB,bruto} \eta_{CP} \eta_s \log_2(M) r \eta_{tr} \\ &= 180 \cdot 0.9343 \cdot 0.9 \cdot 6 \cdot 3/4 \cdot 0.05 = 34.05 \text{ kbps.} \end{aligned} \quad (6.130)$$

¹⁰Se asume que no hay MIMO.

- b) En este caso todas las portadoras y slots se pueden asignar a un usuario. El régimen binario máximo es el máximo para un RB multiplicado por el número total de RB, N_{RB} . A su vez, este número es el número de portadoras total en el ancho de banda de una celda,

$$N_{sc} = BW/15 \cdot 10^3 = 300 \quad (6.131)$$

partido por el número de portadoras por RB, y multiplicado por el número de slots, $10/0.5$, en total

$$R_s|_{max} = R_s|_{RB,max} N_{RB} = R_s|_{RB,max} \cdot N_{sc}/12 \cdot 10/0.5 = 17.027 \text{ Mbps.} \quad (6.132)$$

- c) Una vez conocido el patrón de reutilización, $J = 3$, se pasa a calcular la superficie de celda, S_c . Para ello es necesario igualar el tráfico ofertado al tráfico demandado. Así, calculamos el régimen binario demandado y lo igualamos al ofertado.

La densidad de abonados es dato, $\rho_m = 10000 \text{ ab/km}^2$, y la de régimen binario

$$\rho_t = \rho_m \cdot 0.2 \cdot 8 \cdot 10^6 / 3600 = 4.44 \cdot 10^6 \text{ bps/km}^2, \quad (6.133)$$

donde se ha multiplicado por el régimen binario demandado por cada usuario en la peor hora, multiplicando por 8 por manejarse bytes. Y se asume en este estudio que no hay una restricción de régimen binario pico.

De los apartados anteriores, para $M = 4$ y $r = 1/2$,

$$\begin{aligned} R_s|_{RB} &= R_s|_{RB,bruto} \eta_{CP} \eta_s \log_2(M) r \eta_{tr} \\ &= 180 \cdot 0.9343 \cdot 0.9 \cdot 2 \cdot 1/2 \cdot 0.05 \end{aligned} \quad (6.134)$$

y

$$R_s|_{ofertado} = R_s|_{RB} N_{RB} = 3.7838 \text{ Mbps.} \quad (6.135)$$

Finalmente

$$S_c = R_s|_{ofertado} / \rho_t = 0.85 \text{ km}^2. \quad (6.136)$$

Y el número de emplazamientos, es $S_t/S_c = 8^2/0.85 = 76$ sectores y 26 emplazamientos, al haber sectorización de 120° .

P. 6.15 CDMA en UMTS

Se tiene un sistema UMTS, que utiliza DS-CDMA, con los datos dados en la Tabla 6.5. El sistema tiene ganancia por trapaso suave -*soft hand-over* - (SHO) y diversidad. Y se contempla el peor escenario de propagación en interiores en el que hay pérdida de paredes, de 15 dB. Dadas las potencias y ganancias en el Nodo B y en el equipo de usuario (móvil) -*user equipment* - (UE), y una E_b/N_0 exigida, ver Tabla 6.5, y supuesto que se hace un estudio sencillo en el que sólo se transmite voz, se pide

- a) Calcular el régimen binario neto disponible para voz, el que se tendría a la salida del codec vocal, si el factor de ensanchado es 256, el 20 % de caudal se utiliza para control y la tasa de la codificación de canal es 1/2. Recuerde que en UMTS se utiliza una modulación cuaternaria similar a la QPSK.
- b) Determinar el número de móviles, N_c , que pueden establecer una conexión de voz de forma simultánea en una celda si la distancia máxima entre Nodo B y UE es de 700, 1000 y 1200 m. Asuma que el enlace ascendente, UL, limita la comunicación.

Tabla 6.5 Datos del sistema UMTS.

factor de ensanchado, SF	256 kbps
Relación E_b/N_0 necesaria	5.4 dB
Factor de actividad (α_u)	0.45
Factor de reutilización (f_u)	1.5
PIRE Tx UE	21 dBm
Ganancia de antena UE	0 dB
Ganancia de antena Nodo B	18 dB
Pérdidas en Nodo B	3 dB
Factor de ruido receptor Nodo B	2.5 dB
Ganancia por diversidad+SHO	5 dB
Pérdidas de propagación, $l_b = kd^n$, d en m	$l_b = 45.5d^{3.9}$ dB
Pérdidas penetración en interiores	15 dB
Porcentaje de emplazamientos	90 %
Varianza de la potencia recibida con emplazamientos, σ_L^2	8.3 dB

Solución.

- a) Si el factor de ensanchado, SF , es 256, el régimen de símbolos (baudios) viene dado en función del tiempo de símbolo,

$$T_s = SF \cdot T_c, \quad (6.137)$$

donde $T_c = 1/3.84 \cdot 10^{-6}$ es el tiempo de chip en UMTS. Así, $R_s = 1/T_s = 15$ kbps. Como se utiliza una modulación cuaternaria, el número de niveles es 4 y $R_{b,bruto} = \log_2 4 \cdot R_s = 30$ kbps. El 20 % de esta tráfico es de control, con lo que útil queda $R_{b,canal} = 0.8R_{b,bruto} = 24$ kbps. Finalmente, como la tasa del código de canal es $r = 1/2$, la mitad es régimen útil. Teniendo en cuenta todo esto, se puede escribir:

$$R_b = r \cdot 0.8 \cdot \log_2 4 \cdot R_s = 12 \text{ kbps}. \quad (6.138)$$

- b) Estudiamos el enlace ascendente, UL, asumiendo que es el que limita la comunicación. En DS-CDMA la potencia necesaria, umbral o sensibilidad, en recepción en el Nodo

B para un correcto funcionamiento viene dada por

$$T_h \text{ (dBm)} = W \text{ (dB)} + F_s \text{ (dB)} + 10 \log R_{b,bruto} \text{ (bps)} - 174 \text{ (dBm/Hz)} \\ - 10 \log(1 - CL_U), \quad (6.139)$$

donde $W = E_b/N_0$ es la relación señal a ruido normalizada necesaria para una correcta demodulación, F_s es la figura de ruido del sistema, y CL_U es el factor de carga. La E_b/N_0 es dato, 5.4 dB. La figura de ruido, si esta potencia está dada entre los cables de alimentación y el receptor, y asumiendo que la temperatura de antena es 290 K, es igual a la figura de ruido del receptor, que es dato, $F_s = F_r = 2.5$ dB. Nótese que el régimen binario se toma a la entrada del demodulador, antes del decodificador de canal y la demultiplexación. Queda por conocer el factor de carga.

El factor de carga obedece a la expresión

$$CL_U = \alpha_u f_u (N_c - 1) / k_u, \quad (6.140)$$

donde α_u es el factor de actividad, f_u es el factor de reutilización que nos indica cómo nos afecta la interferencia de otras celdas, $k_u = SF/w$, con $w = e_b/n_0$, es la ganancia neta del servicio y N_c es el número de usuarios que transmiten de forma simultánea, nuestra incógnita en este problema.

Del par de ecuaciones anteriores, (6.140) y (6.139), se concluye que si igualamos la potencia recibida al umbral, y despejamos el factor de carga, podemos calcular N_c .

Para calcular la potencia recibida aplicamos Friis primero, para $d = 700$ m:

$$P_{dr} = PIRE|_{UE} - L_b + G_{SHO+Div} + G|_{NodoB} - L_{tr}|_{NodoB} = -101.53 \text{ dBm}, \quad (6.141)$$

donde $G_{SHO+Div} = 5$ dB es la ganancia por SHO y diversidad, y teniendo en cuenta las pérdidas en paredes para interiores,

$$L_b = 10 \log(kd^n) + L_{int} = 10 \log(45.5 \cdot 700^{3.9}) + 15 = 142.54 \text{ dB}. \quad (6.142)$$

Esta potencia recibida hay que reducirla por el margen para $L = 90\%$ de emplazamientos (en el perímetro),

$$P_{dr}|_{90\%} = P_{dr} - \Delta_e C = -112.1629 \text{ dBm}, \quad (6.143)$$

donde

$$\Delta_e C = K(L) \sigma_L^2 = 1.28 \cdot 8.3 = 10.62 \text{ dB}. \quad (6.144)$$

Finalmente, igualando (6.143) y (6.139) se despeja el factor de carga

$$CL_U = 0.88, \quad (6.145)$$

y $N_c = 60$.

Repitiendo para $d = 1000$ y $d = 1200$ m, quedan los pares de valores $CL_U = 0.51$, $N_c = 35$ y $CL_U = 0.02$, $N_c = 1$, respectivamente. Se concluye que la distancia máxima,

si el UL limita la comunicación, es 1200 m.

Si se hubiera analizado el DL, el problema hubiera sido muy distinto, ya que en el enlace descendente el límite de cobertura por capacidad lo marca el reparto de la potencia disponible en el Nodo B entre todos los usuarios que haya en la celda.

Apéndice A

El concepto de dB

El lector se puede preguntar por qué si tenemos las unidades naturales nos complicamos la vida con los decibelios (de aquí en adelante dB). La respuesta es doble, se pueden utilizar los dB como un cambio en la escala de medida, de forma que grandes cambios en unidades naturales (u.n.) se traduzcan en pequeñas diferencias en dB. El ejemplo más claro lo tenemos en la representación de la BER frente a la relación E_b/N_0 . Se representa esta relación en dB para poder observar que es en esta escala donde se aprecian bien los cambios en la BER. El segundo motivo por el que utilizar dB es por comodidad. Aunque al principio pueda parecer algo complicado, al final resulta muy cómodo sumar magnitudes y ganancias en vez de multiplicarlas.

Los dB para una magnitud¹ p de energía o potencia se suelen definir como

$$P = 10 \log(p/ref), \quad (A.1)$$

donde ref es una referencia con la que comparar nuestra magnitud y \log es logaritmo en base 10. Así, si p es potencia, se pueden tener las siguiente situaciones:

$$ref = 1 \text{ W} \implies P(\text{dBW}) = 10 \log(p/1 \text{ W}) = 10 \log(p \text{ en watos}), \quad (A.2)$$

$$ref = 1 \text{ mW} \implies P(\text{dBm}) = 10 \log(p/1 \text{ mW}) = 10 \log(p \text{ en miliwatos}), \quad (A.3)$$

$$ref = 1 \text{ kW} \implies P(\text{dBk}) = 10 \log(p/1 \text{ kW}) = 10 \log(p \text{ en kilowatos}). \quad (A.4)$$

Para una magnitud a que sea una amplitud

$$A = 10 \log(a^2/ref^2) = 20 \log(a/ref), \quad (A.5)$$

y de igual forma ref es una referencia que permite definir, por ejemplo, para tensión²:

$$ref = 1 \text{ V} \implies A(\text{dBV}) = 20 \log(a/1 \text{ V}) = 20 \log(a \text{ en V}), \quad (A.6)$$

$$ref = 1 \mu\text{V} \implies A(\text{dB}\mu\text{Vó dBu}) = 20 \log(a/1 \mu\text{V}) = 20 \log(a \text{ en } \mu\text{V}). \quad (A.7)$$

¹ Mientras no se especifique explícitamente lo contrario, las magnitudes estarán en valor eficaz (RMS).

² En otras referencias se define dBu como “unloaded” dB y la definición es diferente.

Para campo eléctrico tenemos las mismas definiciones quedando las unidades en decibelios, dBV/m y dB μ V/m, respectivamente.

Para una relación o cociente, adimensional, los dB se definen de igual forma. Así, para una relación entre potencias o energías, p_2/p_1 :

$$G(\text{dB}) = 10 \log(p_2/p_1). \quad (\text{A.8})$$

Para una relación entre amplitudes, a_2/a_1 :

$$G_v(\text{dB}) = 20 \log(a_2/a_1). \quad (\text{A.9})$$

Ni que decir tiene que de esta forma, cuando se multiplique una magnitud por una ganancia, lo que tenemos en dB es la suma de la magnitud y la ganancia:

$$p_2 = p_1 \cdot g \implies P_2(\text{dBW}) = 10 \log(p_1 \cdot g) = P_1 + G, \quad (\text{A.10})$$

$$a_2 = a_1 \cdot g_v \implies A_2(\text{dBW}) = 20 \log(a_1 \cdot g_v) = A_1 + G_v. \quad (\text{A.11})$$

Resulta muy útil conocer el valor de algunas conversiones de u.n. a dB, y viceversa. Las más significativas son de 2, 1 y 10 u.n. a dB. En la primera, $10 \log(2) \approx 3$. Así, si se multiplica por dos en unidades naturales una magnitud de potencia o energía, la cantidad en dB será la original más 3 dB. Si estamos trabajando con una amplitud se sumarán 6 dB. Por otro lado 1 en u.n. es 0 dB. De forma que si es una ganancia, al sumársela a una magnitud ésta queda igual. Y si es una magnitud sabemos que 0 en decibelios es 1 unidad. La conversión de 10 u.n. es inmediata y muy útil, a 10 dB. Si se tratase de magnitudes de amplitud, 20 dB.

Por último, y a modo de recomendación, se insta al lector a que cuando no vea claro algo con dB pase todo a unidades naturales, opere allí y luego devuelva el resultado a dB. Cuando haga esto un par de veces comprenderá las ventajas de los dB y empezará a utilizarlos.

A.1 Cambio de unidades

Los pasos entre medidas en dBW, dBk ó dBm se pueden hacer pensando lo siguiente. Si tenemos, por ejemplo, P dBk y lo pasamos a dBW, se puede concluir que tendremos una cantidad mayor y, por otro lado, la diferencia es $\times 1000$ en unidades naturales, que es +30 en dB. Los pasos entre cantidades en voltios, voltios/m, etc se realizan de igual forma, pero teniendo en cuenta que están al cuadrado. Así, en vez de multiplicar/dividir por 1000 cada cambio de orden 3 en la escala, se multiplica/divide por el cuadrado. Lo que se traduce en sumar/restar 60 dB en vez de 30 dB.

Teniendo esto en mente, cualquier cambio de unidades es inmediato. Una potencia en vatios $P(W)$ en unidades logarítmicas queda

$$P(\text{dBW}) = 10 \log(P). \quad (\text{A.12})$$

En RF es habitual expresarla en dBm, definida como la potencia sobre un miliwatio pasada

a unidades logarítmicas,

$$P(\text{dBm}) = 10 \log(P/1\text{mW}) = 10 \log(P/10^{-3}). \quad (\text{A.13})$$

A veces interesa expresar la potencia sobre un kilowatio, tenemos así los dBk:

$$P(\text{dBk}) = 10 \log(P/1\text{kW}) = 10 \log(P/10^3). \quad (\text{A.14})$$

La relación entre estas cantidades queda

$$P(\text{dBk}) = 10 \log(P/10^3) = 10 \log(P) - 30 = P(\text{dBW}) - 30, \quad (\text{A.15})$$

y

$$P(\text{dBm}) = 10 \log(P/10^{-3}) = 10 \log(P) + 30 = P(\text{dBW}) + 30. \quad (\text{A.16})$$

Por otro lado la tensión V en voltios, y por tanto el campo eléctrico E en (V/m), se suelen expresar en tensión sobre un microvoltio pasada a unidades logarítmicas:

$$E(\text{dB}\mu\text{V/m}) = 20 \log(E/1\mu\text{V/m}) = 20 \log(E/10^{-6}) = E(\text{dBV/m}) + 120, \quad (\text{A.17})$$

$$V(\text{dB}\mu\text{V}) = 20 \log(V/1\mu\text{V}) = 20 \log(V/10^{-6}) = V(\text{dBV}) + 120. \quad (\text{A.18})$$

A.2 Unidades de potencia y campo

Para relacionar tensión (campo) y potencia se recurre a la impedancia. Esto es, a la potencia disipada por una impedancia de valor R (Ω). La potencia se puede expresar como

$$P = V \cdot I = V^2/R, \quad (\text{A.19})$$

que en unidades logarítmicas queda

$$P(\text{dBW}) = V(\text{dBV}) - 10 \log R, \quad (\text{A.20})$$

$$P(\text{dBm}) - 30 = V(\text{dBu}) - 120 - 10 \log R, \quad (\text{A.21})$$

$$P(\text{dBm}) = V(\text{dBu}) - 10 \log R - 90. \quad (\text{A.22})$$

Bibliografía

- [1] *Reglamento de radiocomunicaciones*, 2012 ed., Union Internacional de Telecomunicaciones, 2012.
- [2] A. Cardama-Aznar, L. Cofre-Roca, J. M. Rius-Casals, J. Romeu-Robert, S. Blanch-Boris, and Miguel Ferrando-Bataller., *Antenas*, Edicions Universitat Politècnica de Catalunya, 2000.
- [3] K. Du and M. N. S. Swamy, *Wireless communication systems: From RF subsystems to 4G enabling technologies*, Cambridge Press, 2010.
- [4] R.L. Freeman, *Radio system design for telecommunications (1-100 GHz)*, John Wiley, 1987.
- [5] J. M. Hernando-Rábanos, *Comunicaciones móviles*, 2ª ed., Ed. Ramón Areces, 2004.
- [6] ———, *Transmisión por radio*, 6ª ed., Ed. Ramón Areces, 2008.
- [7] J. D. Kraus and R. J. Marhefka, *Antennas for all applications*, McGraw-Hill, 2002.
- [8] H. Lehpamer, *Microwave transmission networks*, McGraw-Hill Professional Engineering, 2004.
- [9] J. J. Murillo-Fuentes, *Fundamentos de radiación y radiocomunicación*, 1ª ed., Ed. ETSI. Universidad de Sevilla, 2007.
- [10] T. Rappaport, *Wireless communications: Principles and practice*, 2003.
- [11] A. Sendín-Escalona, *Fundamentos de los sistemas de comunicaciones móviles*, McGraw-Hill, 2004.
- [12] M. Sierra-Pérez, B. Galocha-Iragüen, J. L. Fernández-Jambrina, and M. Sierra-Castañer, *Electrónica de comunicaciones*, Pearson-Prentice Hall, 2003.
- [13] R. Steele, *Mobile radio communications*, Pentech Press, 1992.

Glosario

AGC control automático de ganancia -*automatic gain control (AGC)*-. 59

AVC antena vertical corta. 30

BER tasa de error de bit -*bit error rate*-. 37, 109, 111, 163

BSS servicio de difusión por satélite -*broadcasting satellite service* -. 100, 108

BTS estación base de GSM -*base transceiver station*-. 118, 119, 122, 124, 128, 132, 141, 144

CNAF cuadro nacional de atribución de frecuencias. 79

DAB difusión de audio digital ó radio digital -*digital audio broadcasting* -. 35, 45, 47, 48

DCA asignación dinámica de canales -*dynamic channel allocation* -. 115, 131

DCS-1800 sistema de comunicaciones digital (GSM) a 1800 MHz -*digital communication system*-. 115, 121, 123

DL enlace descendente -*downlink or forward link*-. 116, 117, 144, 157, 162

DS-CDMA acceso múltiple por división en el código por secuencia directa - *direct sequence code division multiple access* -. 116, 117, 159, 160

FDD duplexión por división en frecuencia -*frequency division duplexing*-. 149, 151, 155

FDMA acceso múltiple por división en frecuencia -*frequency division multiple access*-. 116, 117, 130, 155

FEC corrección de errores (codificación de canal) hacia delante -*forward error correction* -. 111

FI frecuencia intermedia. 35, 49, 51, 54

- GoS** grado de servicio o probabilidad de congestión *-grade of service-*. 100, 115, 118, 119, 122, 129, 132, 141, 143, 144
- GSM** sistema global para las comunicaciones móviles *-global system for mobile communications-*. 115, 118, 122, 124, 127–129, 131, 136, 138, 140, 141, 143, 144
- GSM-R** sistema global para las comunicaciones móviles en líneas ferroviarias *-global system for mobile communications - Railway-*. 136, 138, 139
- HSB** reserva activa *-hot stand by-*. 72, 88
- ICM** industrial, científica y médica *-industrial scientific and medical (ISM)-*. 91, 93, 94
- ISI** interferencia entre símbolos *-inter-symbol interference -*. 44, 45, 72
- ITU** unión internacional de telecomunicaciones *-international telecommunication union-*. 1, 71, 84, 86, 90, 102
- ITU-R** ITU, sección radiocomunicaciones. 76
- LNA** amplificador de bajo ruido *-low noise amplifier-*. 43, 44, 68
- LNB** bloque conversor de frecuencia de bajo ruido *-low-noise block downconverter -*. 101, 102, 107
- LOS** línea de visión directa *-line of sight -*. 92
- LTE** Long Term Evolution. 116
- MS** sistema móvil *-mobile system-*. 119, 122, 141, 144
- MSC** central de conmutación en sistema de comunicaciones móviles *-mobile switching center -*. 127
- MTBF** tiempo medio entre fallos *-mean time between failiures-*. 72, 76
- MTTR** tiempo medio en reparar *-mean time to repair-*. 72
- NB-TDMA** acceso múltiple por división en tiempo de banda estrecha *-narrow band time division multiple access-*. 117, 149, 155
- OFDM** modulación por división en frecuencia ortogonal *-Orthogonal frequency division multiplexing -*. 73
- OFDMA** acceso múltiple por división en frecuencia ortogonal *-Orthogonal Frequency-Division Multiple Access-*. 116, 157
- PAMR** sistema radio móvil de acceso público *-Public Acces Mobile Radio-*. 116, 149, 151

- PFR** reutilización parcial de frecuencias -*Partial Frequency Reuse*-. 133
- PIRE** potencia isotrópica radiada equivalente -*equivalent isotropically radiated power o también effective isotropically radiated power (EIRP)*-. 4, 30, 73, 91, 102, 103, 106–110, 112, 137, 139, 149, 154
- PMR** sistema privado de comunicaciones móviles -*private mobile radio*-. 116
- PRA** potencia radiada aparente -*effective radiated power (ERP)*-. 4
- PRAVC** potencia radiada aparente sobre antena vertical corta -*effective monopole-radiated power (EMRP)*-. 30
- RB** bloque de recurso -*Resource Block*-. 157–159
- SESR** relación de segundos con muchos errores -*severely errored second ratio*-. 76, 82
- SHO** trapaso suave -*soft hand-over* -. 159, 161
- SINR** relación señal a ruido más intermodulación -*signal to noise and distortion ratio (SINAD)*-. 35, 54–56
- SIR** relación señal a intermodulación. 51
- SNR** relación señal a ruido. 37, 49
- TDD** duplexión por división en el tiempo -*time division duplexing*-. 28, 91, 94, 153
- TDM** multiplex por división en tiempo -*time division multiplex*-. 109
- TDMA** acceso múltiple por división en tiempo -*time division multiple access* -. 100, 109, 111, 151, 155, 156
- TETRA** *Terrestrial Trunked RAdio*. 149, 151
- TMA** telefonía móvil automática -*public land mobile network (PLMN)*-. 123, 134
- UE** equipo de usuario (móvil) -*user equipment* -. 159, 160
- UL** enlace ascendente -*uplink or reverse link*-. 117, 144, 160, 162
- UMTS** sistema de telecomunicación móvil universal - *universal mobile telecommunications system* -. 116, 159, 160